Gabarito de Matemática

7° Ano - Volume 1

Lição 1 – Notações Numéricas

1. 2, 5, 8, 11, 14 e 17.

2. É uma sequência que inicia no número 1 e cada número dela é formado pelo seu antecedente adicionado de 7 unidades.

3. b) 1, 3, 5, 7, 9

4.

a) 124

b) 86

c) 100

d) 1000

e) 5.209.010

f) 1.002

5.

a) 320

b) 9

c) 0

d) 999

e) 9.998

f) 47.000

6. 800 > 685 > 500 > 407 > 397 > 350 > 301

7. c) 1 < 5 < 6 < 9 < 8 < 11

8. A = 9; B = 9. Ou seja, A e B são o mesmo número.

Lição 2 – Adição e Subtração

1. A palavra adição provém do latim: *adere*, significa "acrescentar a, juntar quantidades homogêneas". A palavra subtração deriva do latim *subtractio*, e significa "retirada", e também pode aparecer em situações que precisamos comparar e completar quanto falta.

2.

a) 18

b) 19

c) 44

d) 92

e) 113

f) 182

g) 30

3. Na volta para São Paulo, o hodômetro irá marcar 89.737,2 km rodados.

4.

a) 469

b) 252

c) 25.488

d) 37.229

5. Sim, ela conseguiu comprar tudo. A diferença entre total de compras na feira e o dinheiro que ela levou foi de R$ 7,06.

6.

a) 45

b) 110

c) 1

d) 5

Lição 3 – Multiplicação e Divisão

1. A palavra multiplicação provém do latim *multiplicatio* e significa "ato de aumentar, tornar várias vezes maior em número. A palavra divisão provém do latim *disvidere* e significa "separar para fora.

2.

a) 21

b) 72

c) 420

d) 5.800

e) 100.000

f) 2.000.000

3.

a) 3.656

b) 59.041

c) 460.445

d) 68.103

e) 70.812

f) 1.864

g) 1345, resto 32

h) 199, resto 19

i) 125, resto 95

j) 6.000, resto 678

Lição 4 – Divisores e múltiplos

1. a, c, e
2. b, d, e
3. 24
4. 216
5. 504
6. 324

7. 50

Lição 5 – Números primos

1. Um número natural e maior que 1, divisível por um e por ele mesmo.

2. Um número é composto quando possui mais de dois divisores distintos.

3. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71.

4. b, d, e

5. Há 21 números primos entre o 100 e o 200. Números: 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137,

139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197 e 199.

Lição 6 – Decomposição em fatores primos

1. O processo de decomposição em fatores primos nada mais é do que a fatoração, ou seja, a divisão de um número por números primos, diversas vezes, até que o resultado seja 1.

2.

a) $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

b) $85 = 5 \cdot 17$

c) $92 = 2 \cdot 2 \cdot 23 = 2^2 \cdot 23$

d) $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

e) $297 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 3^3 \cdot 11$

f) $53 = 53 \cdot 1$ (é um número primo)

g) $450 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

h) $260 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13 = 2^2 \cdot 5 \cdot 13$

Lição 7 – Máximo Divisor Comum

1.

a) D (45) = 1, 3, 5, 9, 15 e 45.

D (60) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60.

Divisores comuns de 45 e 60 = 1, 3, 5 e 15

b) O MDC (45,60) = 15

2.

a) MDC (18, 48) = 6

b) MDC (35, 105) = 35

c) MDC (20, 36, 48) = 4

d) MDC (45, 300, 900) = 15

3. Quando o MDC entre esses dois números for 1.

4. Cada pedaço deve ter 6 metros (pois o MDC entre 90 e 78 é 6). Então, a primeira peça renderá 15 pedaços (90 : 6 = 15) e a segunda peça renderá 13 pedaços (78 : 6 = 13). Assim, Maria ficará com 28 pedaços (15 + 13).

5. 13 grupos.

Lição 8 – Mínimo Múltiplo Comum

1. Mínimo Múltiplo Comum.
2. *O número "0" é múltiplo de todos os números. Devemos começar sempre por ele.*

a) 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126

b) 0, 28, 56, 84, 112, 140, 168, 196, 224, 252

c) 0, 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315, 360, 405

3.

a) Não, 6 é divisor de 42. Ou seja, 42 é múltiplo de 6 e não o contrário.

b) Sim.

c) Sim.

d) Sim.

e) Sim.

4. 301, 308, 315, 322, 329, 336 e 343.

5.

a) MMC(180, 240 e 252) = 5040

b) MMC(17 e 13) = 221

c) MMC(12, 14, 16 e 18) = 1008

d) MMC(25, 35, e 45) = 1575

6. b) 2022

O MMC entre 15 e 25 é 75. Então, os cometas se encontrarão novamente em 75 anos. 1947 + 75 = 2022.

7.

a) MMC (320, 480) = 960

MDC (320, 480) = 160

b) MMC (84, 75) = 2.100

MDC (84, 75) = 3

c) MMC (250, 120) = 3.000

MDC (250, 120) = 10

d) MMC (65, 125) = 1.625

MDC (65, 125) = 5

Lição 9 – Conjunto dos inteiros

1. Definição do conjunto dos números inteiros: “pertence ao conjunto dos números inteiros todo número resultante da subtração de dois naturais”. O Símbolo utilizado para representá-lo é $\mathbb{Z}$.

2.

a) 10 e 3 são números naturais.

10 – 3 = 7 ; 7 é um número inteiro.

b) 3 e 10 são números naturais.

3 – 10 = –7 ; –7 é um número inteiro.

c) 8 e 15 são números naturais.

8 – 15 = –7 ; –7 é um número inteiro.

d) 15 e 8 são números naturais.

15 – 8 = 7 ; 7 é um número inteiro.

Assim, provamos que a subtração de dois naturais resulta sempre em um número inteiro.

3. A principal diferença entre os dois conjuntos é que além de possuir os inteiros positivos (que formam o conjunto dos naturais), o nosso novo conjunto também possui os inteiros negativos. O conjunto dos inteiros é maior.

4.

a) –8

b) –6

c) +840 ou 840

d) +1200 ou 1200

e) +37 ou 37

f) +97 ou 97

g) +30 ou 30

h) +25 ou 25

i) –400 (se é profundidade é porque está abaixo de um nível considerado "0")

j) –12

5.

a) +51 ou 51

b) –4

c) 55 ºC , pois 51 – (– 4) = 51 + 4 = 55

6. O termômetro marcava à noite –5 ºC.

7.

a) 200, pois:

450 – 250 = 200

b) 600, pois:

450 + 150 = 600

c) 585, pois:

450 + 135 = 585

d) –20, pois:

450 – 470 = –20

Lição 10 - Reta numérica inteira

1.

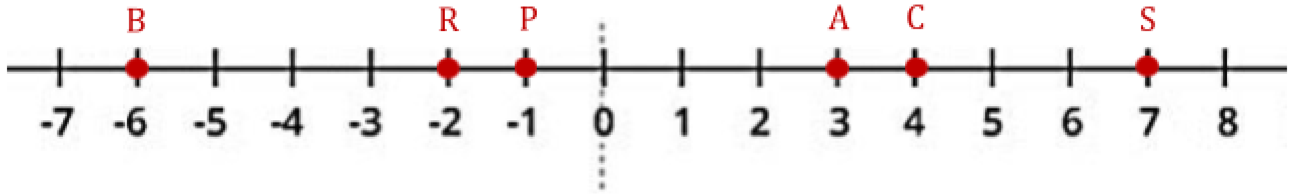
a) À esquerda.

b) À direita.

c) À esquerda.

d) À esquerda

2.



3.

a) +4 ou 4

b) –2

c) +6 ou 6

d) +9 ou 9

e) –5

4. B fica a –200 km da capital e C fica a +600 ou 600 km da capital.

5.

a) 200 km, pois

600 – 400 =

200

b) 500 km, pois

900 – 400 =

500

c) 600 km, pois

400 – (– 200) = 400 + 200 = 600

d) 300 km, pois

–200 – (–500) = – 200 + 500 = 300

e) 1100 km, pois

900 – (–200) = 900 + 200 = 1100

f) 900 km, pois

400 – (–500) = 400 + 500 = 900

Lição 11 – Módulo de um inteiro

1. O módulo (ou valor absoluto) de um número inteiro é a distância deste número em relação ao zero. Se representa |x|, sendo x um número qualquer.

2.

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 3

f) 5

g) 5

3.

a) 31

b) 300

c) 28

d) 500

e) 0

4. 30 e –30

5.

a) O valor absoluto de 11 é 11. Ou, o módulo de 11 é 11.

b) O valor absoluto de – 30 é 30. Ou, o módulo de – 30 é 30

6. Nenhum. Os valores absolutos (os módulos) são SEMPRE positivos.

7.

a) –13, +20, +27 e –25

b) –32 e –40

c) +51

8. Nenhum. Os valores absolutos (os módulos) são SEMPRE positivos.

9. 25

Lição 12 – Números simétricos

1. São números que possuem o mesmo valor absoluto. Exemplo: 3 e – 3 são números opostos ou números simétricos, pois possuem mesmo valor absoluto $|3| = |-3| = 3$. Ou seja, estão a mesma distância do 0, porém em lados opostos.

2. Zero.

3.

a) 0

b) 24

c) 2

d) –4

4. Números simétricos ou números opostos.

5.

a) 26

b) – 65, pois:

|– 65| = 65

O oposto de |– 65| é o oposto de 65, que é o próprio – 65.

6. –20

Lição 13 - Números simétricos

1. “Na comparação entre um número positivo e um negativo, o positivo sempre é maior que o negativo”.

2.

a) 0 > – 1

b) – 2 > – 4

c) 3 < 8

d) – 3 > – 8

e) – 2 < 5

f) 6 > 0

g) 0 > – 6

h) – 10 > – 26

Lição 14 - Adição

1.

a) Adicionando os valores absolutos de cada número e colocando na soma (resultado da adição) o sinal de menos.

b) Fazendo a diferença entre o valor absoluto dos dois números. O sinal, positivo ou negativo, que acompanhará o resultado será o mesmo que acompanha o número de maior valor absoluto.

2.

a) 5 números (–5, –4, –3, –2, –1)

b) 8 números (–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3)

3.

a) 12

b) 41

c) –15

d) – 57

e) –4

f) 6

g) 25

h) –4

i) – 2

j) – 1

k) – 6

4.

a) 9

b) 13

c) 7

d) – 5

e) – 25

5. – R$ 330,00

6. 2.900 metros, pois:

   +2500 – (–400) = 2500 + 400 = 2900

7. 44, pois:

   75 – 31 = 44

8. 25 anos (2017 – 1992 = 25).

9. Ester tem 47 anos.

   Maria é 12 mais nova que Ester: 47 – 12 = 35.

   Maria tem 35 anos.

   Maria é 5 anos mais velha que Clara. Clara tem: 35 – 5 = 30 anos.

Clara tem 30 anos.

As três têm juntas 112 anos (47 + 35 + 30 = 112).

Lição 15 – Subtração

1.

a) 12

b) – 20

c) – 1

d) – 52

e) 22

f) 18

g) 140

h) –228

i) 125

j) 131

2. 870 metros, pois:

720 – (–150) = 720 + 150 = 870

3. 56º C, pois:

7 – (–49) = 7 + 49 = 56

4. Pitágoras viveu 74 anos (570 – 496).

5. 21º C, pois:

8 – (–13) = 8 + 13 = 21

6.

$$\left[(-15) - (+9)\right] - (-21) \neq (-15) - \left[(+9) - (-21)\right]$$

$$[-15 - 9] - (-21) \neq (-15) - \left[(+9) - (-21)\right]$$

$$[-24] + 21 \neq (-15) - \left[(+9) - (-21)\right]$$

$$-24 + 21 \neq (-15) - [9 + 21]$$

$$-3 \neq (-15) - [30]$$

$$-3 \neq -15 - 30$$

$$-3 \neq -45$$

Como queríamos demonstrar.

Lição 16 – Adição algébrica

1.

a) – 15

b) + 26 ou 26

c) – 6

d) + 7 ou 7

e) 11

f) – 18

g) 18

h) –1

i) – 27

j) 0

2. Negativo, pois x = –3.

3.

a) 9

b) 6

c) –23

d) 6

e) –33

f) –29

g) –30

h) 5

i) –9

4. x = –4 e y = 5. Como –4 < 5, podemos dizer que x < y.

5.

$$-17 + 43 + 14 + 23 - 45 = 18$$

$$24 - 7 - 8 - 10 - 4 + 31 - 19 = 7$$

$$19 - 21 + 36 - 100 - 35 + 100 = -1 \; *$$

$$-23 + 24 - 25 + 26 - 27 + 28 = 3$$

$$210 + 60 - 125 + 63 - 208 + 117 = 117 \; *$$

$$-99 + 85 - 121 - 310 + 420 + 115 = 90$$

a) A soma algébrica que apresenta a maior soma é 210 + 60 – 125 + 63 – 208 + 117.

b) A soma algébrica que apresenta a menor soma 19 – 21 + 36 – 100 – 35 + 100.

6.

a) 11

b) –16

c) –19

d) 43

e) 57

f) –37

7. Sim, pois

$$a = 1 - (-2) - [-(-2) - 3 - (-6 + 2)]$$

$$a = 1 - (-2) - [+2 - 3 - (-6 + 2)]$$

$$a = 1 - (-2) - [+2 - 3 - (-4)]$$

$$a = 1 - (-2) - [2 - 3 + 4]$$

$$a = 1 - (-2) - [-1 + 4]$$

$$a = 1 - (-2) - [3]$$

$$a = 1 + 2 - 3$$

$$a = 3 - 3$$

$$a = 0$$

Gabarito de Matemática

7° Ano - Volume 2

Lição 17 – Multiplicação

1. Para multiplicar dois números inteiros de sinais contrários, basta multiplicar seus valores absolutos e acrescentar o sinal negativo ao produto (resultado final).

2. O elemento neutro da adição é o zero (0). E o elemento neutro da multiplicação é o um (1).

3.

a) 1

b) 14

c) 13

4.

a) -14

$2 \cdot -7 = -14$

b) 24

$2 \cdot 12 = 24$

c) -45

$3 \cdot -15 = -45$

d) -90

$3 \cdot -30 = -90$

e) 52

$2 \cdot 26 = 52$

f) -400

$4 \cdot -100 = -400$

g) 3.284

$4 \cdot 821 = 3284$

h) -30

dobro de algo = (algo) $\cdot$ 2

triplo de algo = (algo) $\cdot$ 3

dobro do triplo de algo = [(algo) $\cdot$ 3] $\cdot$ 2

dobro do triplo $-5 = [(-5) \cdot 3] \cdot 2$

dobro do triplo $-5 = [-15] \cdot 2$

dobro do triplo $-5 = -30$

i) -72

triplo de algo = (algo) $\cdot$ 3

dobro de algo = (algo) $\cdot$ 2

triplo do dobro de algo = [(algo) $\cdot$ 2] $\cdot$ 3

triplo do dobro $-12 = [-12 \cdot 2] \cdot 3$

triplo do dobro $-12 = [-24] \cdot 3$

triplo do dobro $-12 = -72$

j) -48

quádruplo de algo = (algo) $\cdot$ 4

dobro de algo = (algo) $\cdot$ 2

quádruplo do dobro de algo = [(algo) $\cdot$ 2] $\cdot$ 4

quádruplo do dobro $-6 = [-6 \cdot 2] \cdot 4$

quádruplo do dobro $-6 = [-12] \cdot 4$

quádruplo do dobro $-6 = -48$

5.

a) 6.384

b) 136.620

c) 11.692.980

Lição 18 – Multiplicação de inteiros negativos

1.

a) -72

b) 42

c) 77

d) 108

e) – 65

f) – 96

g) 225

h) 5.000

i) 0

j) 147

k) 231

l) –340

m) 289

n) 160

2. Para multiplicar dois números inteiros negativos, basta multiplicar seus valores absolutos e deixar o produto positivo.

3. Dois números positivos resultam em um número positivo. Quando há um número positivo e um negativo, o resultado é negativo. Quando os dois números forem negativos, o resultado é positivo.

4. As multiplicações são:

- $1 \cdot 20$
- $2 \cdot 10$
- $4 \cdot 5$
- $5 \cdot 4$
- $10 \cdot 2$
- $20 \cdot 1$

5. Positivo,

pois: $(-5) \cdot (-4) -$

$(-9) = 20 - (-9)$

$20 + 9$

29

6.

a) –2 e –3, pois:

$-2 + (-3) = -5$

$(-2) \cdot (-3) = +6$

b) 5 e –2, pois:

$5 + (-2) = 3$

$5 \cdot (-2) = -10$

Lição 19 – Propriedade dos Inteiros

1.

a) 154

b) –135

c) 216

d) 324

e) –1120

f) 0

2.

a) 205 x 68 = 13.940

68 x 205 = 13.940

b) 104 x 87 = 9.048

87 x 104 = 9.048

c) 352 x 286 = 100.672

286 x 352 = 100.672

Lição 20 – Propriedade dos Inteiros

1. Existem 5 propriedades: a comutativa da adição, a comutativa da multiplicação, a associativa da adição, a associativa da multiplicação e a distributiva.

• A comutativa da adição: enuncia que ordem das parcelas não altera a soma. Exemplos:

a) 5 + 2 = 2 + 5

7 = 7

b) 1 + 3 = 3 + 1

4 = 4

- A comutativa da multiplicação: enuncia que ordem dos fatores não altera o produto. Exemplos:

a) 1 x 3 = 3 x 1

3 = 3

b) 4 x 3 = 3 x 4

12 = 12

- A associativa da adição: dada a adição entre três (ou mais) números, podemos juntar a primeira e a segunda parcela e depois adicionar esta soma à terceira parcela, ou ainda juntar a segunda e a terceira parcela e depois adicionar esta soma à primeira parcela, de tal forma que em todos os casos a soma final será igual. Exemplos:

a) (5 + 2) + 3 = 5 + (2 + 3)

7 + 3 = 5 + 5

10 = 10

b) (1 + 2) + 4 = 1 + (2 + 4)

3 + 4 = 1 + 6

7 = 7

- A associativa da multiplicação: dada a multiplicação entre três (ou mais) números, podemos multiplicar o primeiro e o segundo fator e depois multiplicar este produto com o terceiro fator, ou ainda multiplicar o segundo e o terceiro fator e depois multiplicar este produto com o primeiro fator, de tal forma que em todos os casos o produto final será igual.

a) (1 x 2) x 3 = 1 x (2 x 3)

2 x 3 = 1 x 6

6 = 6

b) (3 x 4) x 2 = 3 x (4 x 2)

12 x 2 = 3 x 8

24 = 24

- Propriedade distributiva: para multiplicar uma soma por um número natural, podemos multiplicar cada termo da soma pelo número natural e adicionar os produtos.

a) 5 x (2 + 1) = 5 x 2 + 5 x 1

5 x 3 = 10 + 5

$15 = 15$

b) $2 \times (4 + 8) = 2 \times 4 + 2 \times 8$

$2 \times 12 = 8 + 16$

$24 = 24$

2.

a) 105, pois:

$5 \cdot 21 =$

$5 \cdot (20 + 1) =$

$5 \cdot 20 + 5 \cdot 1 =$

$100 + 5 =$

105

b) 272, pois:

$8 \cdot 34 =$

$8 \cdot (30 + 4) =$

$8 \cdot 30 + 8 \cdot 4 =$

$240 + 32 =$

272

c) 513, pois:

$9 \cdot 57 =$

$9 \cdot (50 + 7) =$

$9 \cdot 50 + 9 \cdot 7 =$

$450 + 63 =$

513

d) 738, pois:

$6 \cdot 123 =$

$6 \cdot (100 + 20 + 3) =$

$6 \cdot 100 + 6 \cdot 20 + 6 \cdot 3 =$

$600 + 120 + 18 =$

738

3.

a) 16, pois:

$4 \cdot (7 - 3)$

$4 \cdot 7 + 4 \cdot (-3)$

$28 - 12$

16

b) – 18, pois:

$-2 \cdot (5 + 4)$

$-2 \cdot 5 + -2 \cdot 4$

$-10 - 8$

-18

c) –27

$3 \cdot (-4 - 5)$

$3 \cdot -4 + 3 \cdot -5$

$-12 - 15$

-27

d) 17, pois:

$-1 \cdot (-7 - 10)$

$-1 \cdot -7 + -1 \cdot -10$

$+7 + 10$

17

4.

(F) Todo número inteiro é um natural, mas nem todo natural é um inteiro.

É o contrário. Todo natural é um inteiro, mas nem todo inteiro é um natural.

(V) O conjunto dos inteiros permitiu-nos realizar subtrações sem restrições, o que não ocorria apenas com o conjunto dos naturais.

(F) O conceito de números simétricos é diferente do conceito de números opostos.

Na verdade, números simétricos e números opostos significam a mesma coisa.

(F) A propriedade associativa da multiplicação diz que “a ordem das parcelas não altera o produto”.

*O correto seria dizer: "A propriedade associativa da multiplicação diz que "a ordem **dos fatores** não altera o produto".*

(V) O valor absoluto de – 5 é igual ao valor absoluto de 5.

O valor absoluto de -5 é 5. O valor absoluto de 5 é 5.

Lição 21 – Divisão

1.

a) −50

b) −40

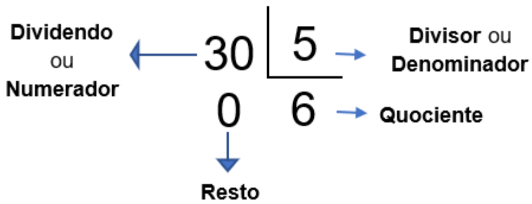
c) 25

d) −14

e) −654

f) 3.569

2. Só se pode dividir dois números se o divisor for múltiplo do dividendo. Ou seja, a divisão "a : b" só existe nos naturais se "a" for múltiplo de "b". Os termos são:



3. Cada um recebeu R$ 32,00.

(96 : 3 meninos = 32)

Lição 22 – Potências

1.

a) −64,

pois : $(-4)^3$

=

$(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) =$

$16 \cdot (-4) =$

-64

b) 64, pois :

$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

c) 128, pois :

$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$

d) 1, pois :

$(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

e) 10.000, pois :

$(10)^4 = (10) \cdot (10) \cdot (10) \cdot (10) = 10.000$

f) 1.000.000, pois :

$(100)^3 = (100) \cdot (100) \cdot (100) = 1.000.000$

g) −3.125, pois :

$(-5)^5 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -3.125$

h) 512, pois :

$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

i) 2.401, pois :

$(-49)^2 = (-49) \cdot (-49) = 2.401$

2.

a) 0, pois :

$0^{10} = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

b) 1024, pois :

$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$

c) 625, pois :

$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

d) 36, pois :

$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

Lição 23 – Leitura de potência

1.

a) Menos quatro elevado ao cubo.

b) Dois elevado à sexta potência ou dois elevado a seis.

c) Dois elevado à sétima potência ou dois elevado a sete.

d) Menos um elevado à quarta potência ou menos um elevado a quatro.

e) Dez elevado à quarta potência ou dez elevado a quatro.

f) Cem elevado ao cubo.

g) Menos cinco elevado à quinta potência ou menos cinco elevado a cinco.

h) Oito elevado ao cubo.

i) Menos quarenta e nove ao quadrado.

2.

a) $2 \cdot -245$

b) 245^2

c) $(-245)^3$

d) $3 \cdot 245$

e) $2 \cdot x$

f) $(-x)^2$

g) x^3

h) $3 \cdot -x$

Lição 24 – Expoente zero e expoente um

1. Queremos demonstra que $(\text{número})^0 = 1$.

Tomemos 2^0 para a demonstração.

2^0 pode ser escrito como 2^{1-1}, 2^{2-2}, 2^{3-3}, por exemplo. Afinal, $1 - 1 = 0$, $2 - 2 = 0$, $3 - 3 = 0$ e assim por diante. Para nossa demonstração, vamos tomar a potência 2^{1-1}. Logo:

$$2^0 = 2^{1-1}$$

2^{1-1} pode ser escrito como $2^1 : 2^1$ (pela propriedade da divisão de potências de mesma base)

$$2^0 = 2^{1-1} = \frac{2^1}{2^1}$$

$$\frac{2^1}{2^1} = \frac{2}{2} = 1$$

Como queríamos demonstrar.

Lição 25 – Multiplicação de potências

1.

a) 2^{128}, pois:

$2^{46} \cdot 2^{82} = 2^{46+82} = 2^{128}$

b) 15^{542}, pois:

$15^{345} \cdot 15^{197} = 15^{345+197} = 15^{542}$

c) 3^{306}, pois:

$3^{231} \cdot 3^{72} \cdot 3^{3} = 3^{231+72+3} = 3^{306}$

d) 10^{4740}, pois:

$10^{150} \cdot 10^{240} \cdot 10^{3600} \cdot 10^{750} = 10^{150+240+3600+750} = 10^{4740}$

2.

a) (É o exemplo)

b) 2^{11} , pois:

$2^{8} \cdot 2^{3} = 2^{8+3} = 2^{11}$

c) 2^{8} , pois:

$2^{5} \cdot 2^{2} \cdot 2 = 2^{5} \cdot 2^{2} \cdot 2^{1} = 2^{5+2+1} = 2^{8}$

d) 0 , pois:

$10^{4} \cdot 10^{3} \cdot 0^{6} \cdot 10^{7} = 10^{4} \cdot 10^{3} \cdot 10^{7} \cdot 0^{6} = 10^{4+3+7} \cdot 0^{6} = 10^{14} \cdot 0^{6} = 10^{14} \cdot 0 = 0$

Lembre-se: qualquer número *vezes* zero resulta em zero.

e) 3^{8} , pois:

$3^{6} \cdot 3^{2} = 3^{6+2} = 3^{8}$

3.

a) * = 3

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^{3}$

b) *

= 2 8 · 8

$= 8^{2}$

c) * = 1

$18 = 18^1$

d) *

= 0 1 =

89^0

4.

a) 390.625, pois:

$5^8 = 5^7 \cdot 5^1 = 5^7 \cdot 5 = 78.125 \cdot 5 = 390.625$

b) 1.953.125

$5^9 = 5^7 \cdot 5^2 = 5^7 \cdot 25 = 78.125 \cdot 25 = 1.953.125$

Lição 26 – Divisão de potências

1.

a) 2^1

b) $(-3)^4$

c) 2^4

d) 3^1

e) $(-5)^{217}$

f) 12^{45}

Lição 27 – Potência de potências

1.

a) 16

b) -2^7

2.

$(a^b)^c \neq a^{bc}$

$(2^3)^4 \neq 2^{34}$

$(8)^4 \neq 2^{34}$

$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

$4096 \neq 2^{34}$

$4096 \neq 2^{81}$

$4096 \neq 2^{81}$

Note que $4096 = 2^{12}$

$2^{12} \neq 2^{81}$

Como queríamos demonstrar.

Lição 28 – Potência de mesmo expoente

1.

Aplique $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

a) -7.776

$[(-2) \cdot (+3)]^5 = (-2)^5 \cdot (+3)^5 = -32 \cdot 243 = -7.776$

b) -42.875

$[(+5) \cdot (-7)]^3 = (+5)^3 \cdot (-7)^3 = 125 \cdot -343 = -42.875$

c) -21.952

$[(-7) \cdot (+4)]^2 = (-7)^2 \cdot (+4)^2 = -343 \cdot 64 = -21.952$

d) 225

$[(+3) \cdot (+5)]^2 = (+3)^2 \cdot (+5)^2 = 9 \cdot 25 = 225$

e) 576

$[(-4) \cdot (+6)]^2 = (-4)^2 \cdot (+6)^2 = 16 \cdot 36 = 576$

2.

Aplique $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$

a) 15^4

$3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4$

b) $(xy)^3$

$x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3 = xy^3$

c) $(ab)^2$

$a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2 = ab^2$

Lição 29 – Raízes

1. Os termos que compõem a raiz são o radicando, o índice da raiz e o radical. A palavra “raiz” pode significar “aquilo que dá origem, aquilo que sustenta, que dá fundamento”. Descobrir a raiz de um número é descobrir que produto – de fatores iguais – deu origem a esse número.

2.

a) 9

$\sqrt{81} = \sqrt{9 \,\square\, 9} = 9$

b) 14

$\sqrt{196} = \sqrt{14 \,\square\, 14} = 14$

c) 25

$\sqrt{625} = \sqrt{25 \,\square\, 25} = 25$

d) 27

$\sqrt{729} = \sqrt{27 \,\square\, 27} = 27$

e) 7

$\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7 \,\square\, 7 \,\square\, 7} = 7$

f) 4

$\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{4 \,\square\, 4 \,\square\, 4 \,\square\, 4 \,\square\, 4} = 4$

3.

a) Raiz quadrada de vinte e cinco.

b) Raiz cúbica sessenta e quatro.

c) Raiz quarta de dezesseis.

d) Raiz quadrada de cem.

4.

a) 5

b) 4

c) 2

d) 10

Lição 30 – Relação entre potências e raízes

1.

a) É exata.

$\sqrt{676} = \pm 26$, pois $(26)^2 = 676$ e $(-26)^2 = 676$

b) Não é exata.

c) É exata.

$\sqrt{225} = \pm 15$, pois $(15)^2 = 225$ e $(-15)^2 = 225$

d) Não é exata.

e) É exata.

$\sqrt{1225} = \pm 35$, pois $(35)^2 = 1225$ e $(-35)^2 = 1225$

f) É exata.

$\sqrt{10000} = \pm 100$, pois $(100)^2 = 10000$ e $(-100)^2 = 10000$

Lição 31 – Expressões numéricas com potências e raiz

1.

a) 16

b) 190

c) 100010

d) 452

e) 154

f) 89

g) 57

h) 145

i) 10

j) 28

k) 1

l) 2

Lição 32 – Avaliação

1. Porque a adição de um número natural com outro número natural sempre resulta em um número natural ($\mathbb{N} + \mathbb{N} = \mathbb{N}$). Da mesma forma, a multiplicação de números naturais sempre resultará num natural ($\mathbb{N} \cdot \mathbb{N} = \mathbb{N}$). Contudo, não podemos dizer o mesmo da subtração e da divisão. Para que a subtração de números naturais resulte em um número natural (maior que 0), é preciso estabelecer uma condição: que o minuendo seja maior que o subtraendo. Para que a divisão de números naturais resulte em um número natural é preciso estabelecer uma condição: que o dividendo esteja na tabuada do divisor. Assim, as únicas que não possuem restrição são a adição e a subtração.

2. A subtração, pois a subtração de dois naturais sempre resultará em um inteiro ($\mathbb{N}$□$\mathbb{N}$ □$\mathbb{Z}$) □ lembre-se que todo natural é um inteiro.

Exemplos:

- 10 e 3 são números naturais.

  10 – 3 = 7 ; 7 é um número inteiro.
- 3 e 10 são números naturais.

  3 – 10 = –7 ; –7 é um número inteiro.
- 8 e 15 são números naturais.

  8 – 15 = –7 ; –7 é um número inteiro.
- 15 e 8 são números naturais.

  15 – 8 = 7 ; 7 é um número inteiro.

  Assim, a subtraçẹão de dois naturais resulta sempre em um número inteiro.

3.

Fator		Fator		Produto
Positivo	X	Negativo	=	Negativo
Negativo	X	Negativo	=	Positivo
Positivo	X	Positivo	=	Positivo

4. Teria economizado 19
reais. Resolução:

O homem utilizou 140 minutos. No primeiro plano, ele paga R$ 54,00 apenas por 60 minutos. Logo, ele excedeu 80 minutos (140 – 60 = 80).

São cobrados R$ 1,30 por minuto excedido. Se ele excedeu 80 minutos:

80 minutos x 1,30 = 104 reais

Então, ele pagará 104 reais a mais por causa dos 80 minutos excedidos. O total a pagar é:

R$ 54,00 (dos 60 min. contratados) + R$ 104,00 (dos 80 min. excedidos) = R$ 158,00

Logo, ele pagará R$ 158,00 no primeiro plano.

O segundo plano cobre 100 minutos. Como ele utilizou 140 minutos, excedeu 40 minutos (140 – 100 = 40).

Seriam cobrados (*novamente*) R$ 1,30 por minuto excedido. Se ele excedeu 40 minutos:

40 minutos x 1,30 = 52 reais

Então, ele pagaria 52 reais a mais por causa dos 40 minutos excedidos. O total a ser pago: R$ 87,00 (dos 100 min. contratados) + R$ 52,00 (dos 40 min. excedidos) = R$ 139,00

Se ele tivesse contratado o segundo plano, pagaria R$ 139,00.

Fazendo:

(o que ele pagou no 1º plano) – (o que ele pagaria no 2º plano) = quanto poderia ter economizado

158 – 139 = 19

Portanto, ele teria economizado 19 reais.

5.

a) Zero (0).

b) Um (1).

c) Porque a soma dos opostos resulta sempre em zero e, como o zero é o elemento neutro da adição, os opostos podem ser cancelados em uma soma.

6. c) 1.002.001

7.

a) 903.236

b) 99

c) 148.200

d) 12

e) 221

f) 16

g) 100.010

h) 57

i) 1

j) 2

8. b) -32

9. NÃO HÁ ALTERNATIVAS POSSÍVEIS.

$(-10)^2 = 100$

10. Falta a expressão “d” no enunciado. A expressão “d” é: $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{196}}$, pois:

Portanto,a alternativa correta é a) $\frac{9}{14}$

$$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{196}} = \frac{\sqrt{9 \times 9}}{\sqrt{14 \times 14}} = \frac{9}{14}$$

Gabarito de Matemática

7º ano, Volume 3

Lição 33 – Conjunto dos números racionais

1. As operações que podem ser realizadas sem restrições no conjunto dos naturais são a multiplicação e a adição. A operação que passou a ser realizada sem restrições no conjunto dos inteiros é a subtração. Por fim, no conjunto dos racionais, a operação que passou a ser realizada sem restrições é a divisão.

2. O símbolo é $\mathbb{Q}$. Essa letra foi escolhida porque todo racional é o Quociente entre dois números inteiros.

3. Os elementos constituintes do Conjunto dos Racionais são todos resultantes de uma divisão de dois inteiros; portanto, são três as possiblidades: números inteiros (positivos ou negativos); decimais exatos ou dízimas periódicas.

4.

a) $6{,}4 \in \mathbb{Q}$

b) $-4 \in \mathbb{Q}$

c) $2{,}333... \in \mathbb{Q}$

d) $1{,}23456... \notin \mathbb{Q}$

(dízimas NÃO periódicas não fazem parte dos racionais)

e) $0{,}101001000... \notin \mathbb{Q}$

(dízimas NÃO periódicas não fazem parte dos racionais)

f) $\frac{37}{5} \in \mathbb{Q}$

g) $-\frac{45}{2} \in \mathbb{Q}$

h) $\frac{17}{}$ $\in \mathbb{Q}$

15

$-$ $\mathbb{Q}$

i) $-0,6 \in$

Lição 34 – Fração e leitura de frações

1.

a) Trinta e sete quintos

b) Três meios

c) Menos doze décimos

d) Cento e cinquenta e três onze avos

e) Menos oito nonos

f) Dezessete noventa e nove avos

g) Cinco catorze avos

h) Onze cento e cinquenta e três avos

i) Doze terços

j) Menos cem oitavos

k) Um terço

2.

a) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{17}{15}$

c) $\frac{13}{2}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{32}{37}$

f) $\frac{62}{9}$

g) $\frac{1437}{252}$

Lição 35 – Fração irredutível

1. a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{14}{49}$, pois:

$$\frac{14 \div 7}{49 \div 7} = \frac{2}{7}$$

2. a) 126, pois:

Resolução:

144 é 8 x 18.

Então, para encontrar uma fração equivalente a $\frac{7}{8}$ com denominador 144, basta multiplicar numerador e denominador por 18:

$$\frac{7 \cdot 18}{8 \cdot 18} = \frac{126}{144}$$

Assim, o numerador é 126.

3. Felipe comeu mais.

Resolução:

Arthur comeu 5 pedaços de 8: $\frac{5}{8}$

Felipe comeu 4 pedaços de 6: $\frac{4}{6}$

Para comparar duas frações é preciso encontrar frações equivalentes com o mesmo denominador.

Multiplique a fração de Arthur por 3:

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$$

Multiplique a fração de Felipe por 4:

$$\frac{4 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{16}{24}$$

Logo, como $\frac{16}{24} > \frac{15}{24}$, Felipe comeu mais.

4.

a) $\frac{4}{7}$

$\frac{40}{70} = \frac{40 \div 10}{70 \div 10} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{5}{17}$

$\frac{25}{85} = \frac{25 \div 5}{85 \div 5} = \frac{5}{17}$

(não é possível simplificar)

c) $\frac{169}{144}$

d) $\frac{2}{6}$

$\frac{120}{360} = \frac{120 \div 60}{360 \div 60} = \frac{2}{6}$

e) $\frac{5}{6}$

$\frac{600}{720} = \frac{600 \div 120}{720 \div 120} = \frac{5}{6}$

f) $\frac{25}{9}$

$\frac{500}{180} = \frac{500 \div 20}{180 \div 20} = \frac{25}{9}$

g) $\frac{9}{20}$

$\frac{225}{500} = \frac{225 \div 25}{500 \div 25} = \frac{9}{20}$

Lição 36 – Decimal exato

1. Quando eles podem ser escritos como uma fração cujo denominador é 10, 100, 1.000. Exemplo:

$3{,}75 = \frac{375}{100}$

$1{,}5 = \frac{15}{}$

10

2.

a) $\cancel{\frac{47}{100}}$

b) $\cancel{\frac{1234}{1000}}$

c) $\frac{1}{1000}$

, pois:

d) $\cancel{\frac{16}{625}}$

$$\frac{256}{10000} = \frac{256 \div 16}{10000 \div 16} = \frac{16}{625}$$

e) $\frac{12}{5}$

$\frac{24}{10} = \frac{24 \div 2}{10 \div 2} = \frac{12}{5}$

f) $\frac{1}{4}$

$\frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$

g) $\frac{1}{10}$

3.

a) 0,7

b) 2,5

c) −0,21

d) 0,003

e) −15,3

f) 0,072

g) 0,13

h) −0,08

Lição 37 – Dízimas periódicas

1. Quando for um número infinito e apresentar um período, isto é, um número (ou conjunto de números) que se repete (m) ao longo de sua infinitude.

1,22222... é uma dízima periódica de período 2;

1,501501501.é uma dízima periódica de período 501.

2.

a) Decimal exato (denominador = 2).

Um denominador que seja um múltiplo somente de 2, ou somente de 5 ou somente de 2 e 5 gera um decimal exato. 2 é múltiplo somente de 2.

b) Dízima NÃO periódica (denominador = 7).

c) Decimal exato (denominador = 10).

Um denominador que seja um múltiplo somente de 2, ou somente de 5 ou somente de 2 e 5 gera um decimal exato. 10 é múltiplo somente de 2 e 5.

d) Decimal exato (denominador = 20).

Um denominador que seja um múltiplo somente de 2, ou somente de 5 ou somente de 2 e 5 gera um decimal exato. 20 é múltiplo somente de 2 e 5.

e) Decimal exato (denominador = 4).

Um denominador que seja um múltiplo somente de 2, ou somente de 5 ou somente de 2 e 5 gera um decimal exato. 4 é múltiplo somente de 2.

f) Número inteiro (10 : 5 = 2).

g) Decimal exato.

Reduza a fração.

$$\frac{15}{12} = \frac{15 \div 3}{12 \div 3} = \frac{5}{4}$$

O novo denominador é múltiplo somente de 2. Um denominador que seja um múltiplo somente de 2, ou somente de 5 ou somente de 2 e 5 gera um decimal exato. Então, a fração gera um decimal exato.

h) Dízima periódica

Reduza a fração:

$$\frac{-6}{9} = \frac{-6 \div 3}{9 \div 3} = -\frac{2}{3}$$

Um denominador que não seja múltiplo de 2 e de 5 gera uma dizima periódica. 3 é múltiplo apenas de 3.

i) Dízima periódica.

Um denominador que não seja múltiplo de 2 e de 5 gera uma dizima periódica. 99 é múltiplo de 3 e 11.

3.

a) 3

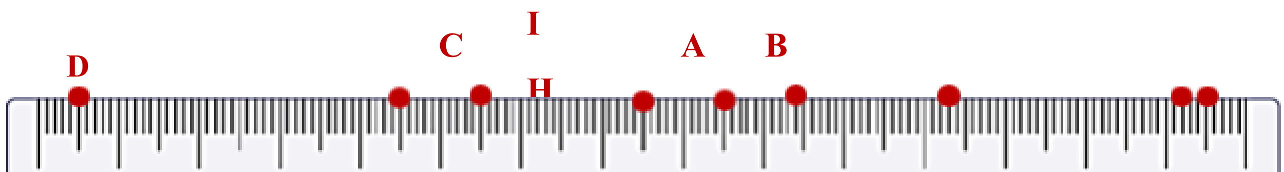
b) 153

c) 5

d) 9

Lição 38 – Representação na reta

1.



E F G

Lição 39 – Comparação nos racionais

1. Em primeiro lugar, deve-se analisar a parte inteira do número. A comparação se dá de maneira similar a qualquer comparação entre números inteiros. Caso a parte inteira seja igual, analisamos os décimos: se eles forem iguais, analisamos os centésimos; e assim sucessivamente até que se encontrem algarismos distintos.

i) 4,35   2,21

Como 4 > 2, então 4,35 > 2,21.

ii) 2,43 2,49

Como a parte inteira é igual, analisamos os décimos. Como os décimos são iguais, analisamos os centésimos. Como 3 < 9, então 2,43 < 2,49.

2.

a) 2,1 > 1,2

b) 8,5 < 9

c) −2,1 > −3,1

d) 1,234567 < 1,235456

3. Para comparar duas frações, é necessário que denominadores sejam iguais. Verificado isto, basta comparar os numeradores: o maior numerador indicará a maior fração.

i) $\frac{31}{4}$ $\frac{21}{2}$

Encontrando a fração equivalente a $\frac{21}{2}$ $\frac{21}{2} = \frac{42}{4}$

Então, como 31 < 42, temos que:

$\frac{31}{4} < \frac{42}{4}$ e, portanto, $\frac{31}{4} < \frac{21}{2}$

ii) $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$

Como 5 < 6:

$\frac{5}{7} < \frac{6}{7}$

4.

a) $1{,}2 > 1{,}1$

b) $2{,}4 < 3$

c) $-3{,}1 > -4{,}1$

d) $1{,}234 < 1{,}235$

e) $0{,}25 = \frac{25}{100}$

f) $\frac{7}{9} < \frac{8}{10}$

g) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

h) $\frac{-25}{-100} = \frac{1}{4}$

i) $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$

j) $\frac{3}{20} < \frac{5}{32}$

Lição 40 – Adição de racionais

1. Para somar ou subtrair duas frações, é preciso que ambas possuam o mesmo denominador. Para igualar os denominadores utilizamos o método do MMC (Mínimo Múltiplo Comum), encontrando assim frações equivalentes às primeiras, e que, no entanto, possuem o mesmo denominador (isto é, estão escritas na mesma 'unidade). Dessa forma, basta manter o denominador e somar/subtrair os numeradores.

i) $\frac{5}{15} + \frac{2}{15}$

Ambas têm o mesmo denominador. Basta somar os numeradores:

$$\frac{5}{15} + \frac{2}{15} = \frac{5+2}{15} = \frac{7}{15}$$

ii) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

O MMC (3,4) = 12. As frações equivalentes são:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \quad \text{e} \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

3 $3 \cdot 4$ 12 4 $4 \cdot 3$ 12

Assim: $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{8+3}{12}=\frac{11}{12}$

2. Para adicionar decimais exatos, utilizamos o mesmo princípio da adição de números naturais. Unidades se adicionam a unidades; dezenas se adicionam a dezenas; centenas se adicionam a centenas. Da mesma forma, décimos se adicionam a décimos, centésimos se adicionam a centésimos e milésimos se adicionam a centésimos.

i) 1,23 + 0,41 = 1,64

$$\begin{array}{r} 1{,}23 \\ +\ 0{,}41 \\ \hline 1{,}64 \end{array}$$

ii) 0,25 + 4

$$\begin{array}{r} 0{,}25 \\ +\ 4{,}00 \\ \hline 4{,}25 \end{array}$$

3.

a) $\frac{11}{15}$

b) -1

c) $-\frac{11}{14}$

d) -5

e) $-\frac{52}{15}$

f) $\frac{83}{72}$

g) $-\frac{31}{36}$

h) $-\frac{266}{153}$

i) $-\frac{49}{12}$

j) $\frac{2}{39}$

4.

a) 0,44

b) −3,9

c) −1,05

d) 1,01

e) 142,145

f) $-1{,}017556$

g) $\frac{559}{300}$

h) $-\frac{878}{153}$

i) $\frac{109}{20}$

j) $\frac{447}{1000}$

k) $-16{,}292$

l) -4

Lição 41 – Multiplicação em racionais

1. Para multiplicar duas frações, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

i) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$

ii) $\frac{1}{4} \cdot 8 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{1 \cdot 8}{4 \cdot 1} = \frac{8}{4} = 2$

2. Para adicionar decimais exatos, utilizamos o mesmo princípio da adição de números naturais. Unidades se adicionam a unidades; dezenas se adicionam a dezenas; centenas se adicionam a centenas. Da mesma forma, décimos se adicionam a décimos, centésimos se adicionam a centésimos e milésimos se adicionam a centésimos.

i) 1,23 + 0,41 = 1,64

$$\begin{array}{r} 1{,}23 \\ +\ 0{,}41 \\ \hline 1{,}64 \end{array}$$

ii) 0,25 + 4

0,25

A multiplicação de decimais exatos pode ser feita transformando-os em frações. No entanto, se quisermos fazer sem transformar os decimais exatos em frações, basta multiplicar os números como se eles fossem números inteiros e depois acrescentar a vírgula.

i) $0,25 \cdot 2 =$

$$0,25 = \frac{25}{100}$$

$$0,25 \cdot 2 = \frac{25}{100} \cdot 2 = \frac{25}{100} \cdot \frac{2}{1} = \frac{25 \cdot 2}{100 \cdot 1} = \frac{50}{100}$$

ii) $1,3 \cdot 4 =$

$$\begin{array}{r} 1,3 \\ \times \quad 4 \\ \hline 5,2 \end{array}$$

3.

a) 0,44

b) $\frac{11}{15}$

c) −1,05

d) −1

e) $\frac{-11}{14}$

f) −5

g) −16,292

h) $\frac{-52}{15}$

i) −4

j) 1,44

k) −8,91

l) 15,68

m) $\frac{2}{15}$

n) $\frac{5}{3}$

o) $\frac{3}{2}$

p) $-\frac{5}{12}$

q) $\frac{2}{25}$

r) $\frac{1}{15}$

Lição 42 – Elemento inverso

1.

a) $\frac{1}{4}$, pois: $4\cdot\frac{1}{4} = \frac{4}{1}\cdot\frac{1}{4} = \frac{4\cdot 1}{1\cdot 4} = \frac{4}{4} = 1$

b) 2 , pois: $\frac{1}{2}\cdot 2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1} = \frac{1\cdot 2}{2\cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$

c) $-\frac{1}{8}$, pois: $-8\cdot -\frac{1}{8} = \frac{-8}{1}\cdot\frac{-1}{8} = \frac{-8\cdot -1}{1\cdot 8} = \frac{8}{8} = 1$

d) $-\frac{13}{64}$, pois: $\frac{-64}{13}\cdot\frac{-13}{64} = \frac{-64\cdot -13}{13\cdot 64} = \frac{832}{832} = 1$

e) $\frac{98}{99}$, pois: $\frac{99}{98}\cdot\frac{98}{99} = \frac{99\cdot 98}{98\cdot 99} = \frac{9702}{9702} = 1$

f) $-\frac{1}{100}$, pois: $-100\cdot -\frac{1}{100} = \frac{-100}{1}\cdot\frac{-1}{100} = \frac{-100\cdot -1}{1\cdot 100} = \frac{100}{100} = 1$

100 100 1 100 1·100 100

Lição 43 – Divisão de frações

1. Para somar ou subtrair duas frações, é preciso que ambas possuam o mesmo denominador. Para igualar os denominadores utilizamos o método do MMC (Mínimo Múltiplo Comum), encontrando assim frações equivalentes às primeiras, e que, no entanto, possuem o mesmo denominador (isto é, estão escritas na mesma 'unidade). Dessa forma, basta manter o denominador e somar/subtrair os numeradores.

i) $\frac{5}{15} + \frac{2}{15}$

Ambas têm o mesmo denominador. Basta somar os numeradores:

$$\frac{5}{15} + \frac{2}{15} = \frac{5+2}{15} = \frac{7}{15}$$

ii) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

O MMC (3,4) = 12. As frações equivalentes são:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \quad e \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

Assim: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8 + 3}{12} = \frac{11}{12}$

Para multiplicar duas frações, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

i) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$

ii) $\frac{1}{4} \cdot 8 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{1 \cdot 8}{4 \cdot 1} = \frac{8}{4} = 2$

Para dividir duas frações, basta multiplicar a primeira fração com o inverso da segunda.

i) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6}$

ii) $\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$

2.

a) $\frac{4}{15}$

b) $-\frac{4}{11}$

c) 35

d) $\frac{8}{3}$

e) $\frac{50}{27}$

f) $-\frac{2}{5}$

g) $\frac{179}{110}$

Lição 44 – Divisão com números decimais

1.

a) 0,2

b) −40

c) 0,288

d) 0,36

e) 23,296296296... ou $\frac{629}{27}$

f) 30.000

g) 0,484

2. Deve-se transformar os decimais em frações e resolver como uma multiplicação de frações (numerador *vezes* numerador e denominador *vezes* denominador).

i) 0,5 · 0,25 =

$0,5 = \frac{1}{2}$ e $0,25 = \frac{1}{4}$

$0,5 \cdot 0,25 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$

ii) 0,74 · 0,5 =

$0,74 = \frac{74}{100}$ e $0,5 = \frac{1}{2}$

$0,74 \cdot 0,5 = \frac{74}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{74 \cdot 1}{100 \cdot 2} = \frac{74}{200}$

Lição 45 – Potenciação com números racionais

1.

a) $-\frac{1}{1000}$

b) 1

c) $\frac{1}{3125}$ ou 0,00032

d) $\frac{64}{25}$ ou 2,56

e) $\frac{6561}{100}$ ou 65,61

f) 1

2.

a) $(4,3)^{12}$

b) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{6}$

c) $(-1{,}2)^8$

d) $\left(\frac{2}{\ }\right)^{58}$

3.

a) $-\frac{1}{36}$

b) $-\frac{63}{8}$

c) $\frac{15}{4}$

4. -10

5. $-\frac{1}{18}$

Lição 46 – Raiz quadrada exata com números racionais

1.

a) 48

b) 81

c) 70

d) 42

e) 60

f) 33

g) 26

h) 72

i) 50

2.

a) 3,5

b) 3,6

c) 5,5

d) 5,4

e) 0,28

f) 0,32

g) 0,27

h) 0,18

3.

a) 7

b) 1

4. 0,08

5. $\frac{13}{54}$ ou 0,24074074074...

Lição 47 – Média aritmética

1. 71 funcionários.

Resolução:

A média de casos confirmados é:

$$\frac{237 + 262 + 158 + 159 + 160 + 278 + 300 + 278}{8} = 229$$

As regiões que possuem uma quantidade de casos confirmados maior que a média são:

- Oeste (237)
- Centro (262)
- Leste (278)
- Centro-oeste (300)
- Centro-sul (278)

Cada região dessas receberá 10 funcionários. São 5 regiões, então serão *50 funcionários apenas para essas regiões.*

As regiões que possuem uma quantidade de casos confirmados menor que a média são:

- Norte (158)
- Sul (159)
- Noroeste (160)

Cada região dessas receberá 7 funcionários. São 3 regiões, então serão *21 funcionários apenas para essas regiões.*

Somando a quantidade de funcionários:

$$50 + 21 = 71$$

Então, será necessário contratar 71 novos funcionários.

2. $\frac{19}{6}$ ou 3,166666...

Resolução:

$$M_a = \frac{-45 + 25 - 36 + 86 + 60 - 71}{6} = \frac{-152 + 171}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{19}{6} = 19 \div 6 = 3{,}166666...$$

3. 78 centímetros.

Resolução:

$$M_a = \frac{80 + 75 + 72 + 78 + 82 + 81}{6} = \frac{468}{6} = 468 \div 6 = 78$$

Lição 48 – Média ponderada

1. Ele deve tirar 18 para vencer a competição. Resolução:

Faça as médias ponderadas dos outros candidatos.

Candidato I:

$$M_p = \frac{20 \cdot 4 + 23 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{80 + 138}{10} = \frac{218}{10} = 21{,}8$$

Candidato III:

$$M_p = \frac{21 \cdot 4 + 18 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{84 + 108}{10} = \frac{192}{10} = 19{,}2$$

A maior nota é do candidato I até o momento.

Para o candidato II vencer a prova, no mínimo, deve ter 21,9 de média ponderada.

Então:

A média ponderada do candidato II = 21,9

$$\frac{x \cdot 4 + 25 \cdot 6}{4 + 6} = 21{,}9$$

$$\frac{x \cdot 4 + 150}{10} = 21,9$$

$$4x + 150 = 21,9 \cdot 10$$

$$4x + 150 = 219$$

$$4x = 219 - 150$$

$$4x = 69$$

$$x = \frac{69}{4}$$

$$x = 17,25$$

Em teoria, ele precisaria tirar no mínimo 17,25 para vencer.

Como as notas precisam ser números INTEIROS, o próximo número inteiro (depois de 17,25) é 18.

Logo, o candidato II deve tirar 18 na prova de química.

2. Custa 0,57

centavos. Resolução:

O custo de 1 copo de suco de groselha é justamente a média ponderada a seguir:

$$M_p = \frac{(\text{quantidade de copos de água})\cdot(\text{preço}) + (\text{quantidade de copos de groselha})\cdot(\text{preço})}{(\text{quantidade total de copos})}$$

$$M_p = \frac{8\cdot(0,50) + 2\cdot(0,85)}{8+2} = \frac{4 + 1,7}{10} = \frac{5,7}{10} = 5,7 \div 10 = 0,57$$

3. A média é 23,083333...

Resolução:

A média que estamos procurando é dada pela seguinte fórmula:

$$M_p = \frac{(\text{quantidade de jogares})\cdot(\text{idade}) + (\text{quantidade de jogares})\cdot(\text{idade}) + (\text{quantidade de jogares})\cdot(\text{idade}) + \ldots}{(\text{quantidade total de jogadores})}$$

$$M_p = \frac{3 \cdot 20 + 2 \cdot 26 + 4 \cdot 23 + 1 \cdot 21 + 1 \cdot 25 + 1 \cdot 27}{12}$$

$$M_p = \frac{60 + 52 + 92 + 21 + 25 + 27}{12} = \frac{277}{12} = 23,08333...$$

Gabarito de Matemática

7º ano, Volume 4

Lição 49 – Álgebra: um breve histórico

1. A Álgebra é o ramo da Matemática que recorre a números, letras e sinais (símbolos) para generalizar as diversas operações aritméticas. Ela estuda o "desconhecido".

2. Para representar valores desconhecidos.

3. Os egípcios utilizavam a palavra "Ahá". Os gregos utilizavam segmentos.

4. Ele escolheu essa letra porque na língua grega a palavra número se escreve *arithmos*, e ele decidiu pegar a última letra dessa palavra.

5. Al-Khwarizmi é um matemático árabe que deu contribuições importantes para a resolução de problemas com valores desconhecidos. Quando o comércio entre árabes e europeus começou, o nome deste matemático foi traduzido para o latim e deu origem à palavra ***algarismo***. O nome de seu método, al-jabr, foi traduzido (um método para resolução de problemas) e deu origem à palavra ***Álgebra***.

6. François Viète era um advogado francês que tinha paixão por matemática. Ele criou símbolos para os números desconhecidos (que também podem ser chamados de variáveis), para a soma, a subtração e o produto. Ele acabou recebendo o título de "Pai da Álgebra", embora muitos outros matemáticos tenham contribuído para a construção deste ramo da matemática.

7.

a) 2 p 3

b) 3 in 4

c) 7 m 4

d) 4 p a (ou "4 p e" ou "4 p i" ou "4 p o" ou "4 p u").

8. Ele criou as notações para expoentes em potências. Também, os "números desconhecidos" não são indicados mais por vogais (como em Viète) mas pelas letras finais do alfabeto (w, x, y e z). Por fim, a multiplicação não é mais indicada por "in", mas sim por um ponto.

9. Muito provavelmente porque o X passou a ser utilizado como variável. Se também utilizássemos o X para indicar multiplicação, ficaríamos confusos para identificar o que era variável e o que era multiplicação.

10. As três etapas são as seguintes:

1º) Linguagem retórica: variável representada pela palavra "Ahá".

2º) Linguagem figurada: variável representada por segmento de tamanho qualquer _________.

3º) Linguagem simbólica: Variável representada por letras (w, x, y, z).

Lição 50 – As variáveis e as expressões numéricas

1.

a) $x + y$

b) $4 \cdot x$

c) $x \cdot y$

d) $\frac{x}{y}$

e) $x - 3$

f) $3 - x$

g) $5 + 3 \cdot x$

h) $x : 2$ ou $\frac{x}{2}$

i) $x : 5$ ou $\frac{x}{5}$

j) $x : 3$ ou $\frac{x}{3}$

k) $x \cdot (x : 3)$ ou $x \cdot \frac{x}{3}$

l) $x + (x : 2)$ ou $x + \frac{x}{2}$

m) $x + y + z$

n) $x \cdot y \cdot z$

2. São expressões que envolvem números, letras e operações. Elas ajudam a generalizar muitos casos da aritmética.

3.

a) $2 \cdot x + 2 \cdot$

$x + 1$ Resolução:

Um número par é generalizado por: $2 \cdot x$

Um número ímpar é sempre o sucessor de um par, ou seja : $2 \cdot x + 1$

Assim, a soma dos dois é:

$2 \cdot x + 2 \cdot x + 1$

b) $(2 \cdot x) \cdot$

$(2 \cdot x)$

Resolução:

Um número par é generalizado por: $2 \cdot x$

Assim, o produto de dois números pares é: 2

$\cdot x \cdot 2 \cdot x$

Coloque parênteses para que fique mais organizado:

$(2 \cdot x) \cdot (2 \cdot x)$

c) $(2x + 1) \cdot (2x + 1)$

Resolução:

Um número ímpar é: $2 \cdot x + 1$ *(como generalizamos no item a)*

Assim, o produto de dois números ímpares é:

$2 \cdot x + 1 \cdot 2 \cdot x + 1$

Coloque parênteses para que fique mais organizado:

$(2x + 1) \cdot (2x + 1)$

d) $(2 \cdot x) \cdot (2 \cdot$

$x + 1)$ Resolução:

Um número par é generalizado por: $2 \cdot x$

Um número ímpar é : $2 \cdot x + 1$ *(como generalizamos no item*

a) Assim, o produto de um número par e um número ímpar

é: $2 \cdot x \cdot 2 \cdot x + 1$

Coloque parênteses para que fique mais organizado:

$(2 \cdot x) \cdot (2 \cdot x + 1)$

Lição 51 – Expressões Algébricas: valor numérico

1. É quando substituímos as letras das expressões algébricas por números quaisquer e, assim, a expressão assume um valor numérico.

2.

a) 3

b) 1

c) 22

d) 15

3.

a) 1

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{2}{5}$

d) 0

4.

a	b	a + b	a · b	3a + 4b	$\frac{a-b}{2}$
−1	3	−1 + 3 = 2	−1 · 3 = −3	3 · −1 + 4 · 3 = −3 + 12 = 9	$\frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
0	4	0 + 4	0 · 4 = 0	3 · 0 + 4 · 4 = 0 + 16 = 16	$\frac{0-4}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
1	5	1 + 5 = 6	1 · 5 = 5	3 · 1 + 4 · 5 = 3 + 20 = 23	$\frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Lição 52 – Expressões algébricas

1.

a) Monômio

b) Binômio

c) Trinômio

d) Trinômio

e) Monômio

f) Polinômio

2.

a) Coeficiente: 13 ; parte literal: x

b) Coeficiente: -10 ; parte literal: y

c) Coeficiente: 1 ; parte literal: xy

d) Coeficiente: 2 ; parte literal: xy

e) Coeficiente: -4 ; parte literal: não tem

f) Coeficiente: 2,5 ; parte literal: x

g) Coeficiente: $\frac{1}{2}$; parte literal: x

Lição 53 – Termos semelhantes: soma e subtração

1. São dois ou mais monômios apresentam a mesma parte literal.

2. Primeiro, deve conservar-se a parte literal. Depois, soma-se ou subtrai-se os coeficientes.

3.

a) 5x □ monômio

b) 7y □ monômio

c) –4a □ monômio

d) 0 □ monômio

e) $\frac{19}{10}$ m □ monômio

f) 5a + 8 □ binômio

g) 10x – 3 □ binômio

h) $5y + x$ □ binômio

i) $-11x - 2$ □ binômio

j) $8x - 2y + 8$ □ trinômio

Lição 54 – Igualdade

1.

a) 1º membro: $5^2 + 2$

2º membro: $7 \cdot 4 - 1$

b) 1º membro: $13^2 - 12^2$

2º membro: 5^2

c) 1º membro: $10 \cdot 2^2$

2º membro: $2^3 + 2^5$

d) 1º membro: $2^3 \cdot 2^7$

2º membro: $2^9 \cdot 2$

2. Sim, a = – 7. A propriedade transitiva.

3. Sim, é possível definir a seguinte igualdade: x = z – 2. A propriedade que a justifica é a transitiva.

4. Deverá ser 3. Pois:

$7x = 21$

$\frac{1}{7} \cdot 7x = \frac{1}{7} \cdot 21$

$\frac{1 \cdot 7}{7} \cdot x = \frac{1 \cdot 21}{7}$

$\frac{7}{7} \cdot x = \frac{21}{7}$

$1 \cdot x = (21 : 7)$

$x = 3$

5. O princípio multiplicativo.

6.

a) x = 4

b) ATENÇÃO. Falta um número no exercício. x + 2 = – 1

Assim, x = – 3

Lição 55 – Equações

1.

a) A palavra equação deriva do latim *aequatio* e significa igualdade.

b) Uma equação possuirá, além das letras, números e operações (que já existem na expressão algébrica), *um sinal de igual*.

c) É composta pelo 1º membro (à esquerda da igualdade) e pelo 2º membro (à direita do sinal).

d) Porque em uma expressão algébrica o valor da letra pode variar (e por isso, *variável*); ao passo que nas equações é um valor fixo que se busca saber, determinar.

e) As incógnitas das equações de primeiro grau possuem apenas *um valor numérico*, tal que a igualdade da equação continue verdadeira. Esse valor numérico é denominado raiz da equação.

Lição 56 – Conjunto universo e conjunto solução

1.

a) S = {7}

b) S = {– 9}

c) $S = \left\{\frac{3}{8}\right\}$

d) S = { }, pois o conjunto universo é o conjunto dos números naturais.

e) S = {13}

f) S = {– 4}

g) S = {– 8}

h) S = {– 10}

i) S = {– 1}

j) S = {– 1}

k) S = {12}

l) $S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$

Lição 57 – Raiz de uma equação

1. a) Sim, 2 é raiz da equação.

b) Sim, 0 é raiz da equação.

c) Sim, 5 é raiz da equação.

2. Apenas – 2 é raiz da equação.

3.

a) O número 2 é raiz desta equação.

b) O número 2 é raiz desta equação.

c) O número 2 NÃO É raiz desta equação.

d) O número 2 é raiz desta equação.

4.

a) O número −1 é raiz desta equação.

b) O número −1 NÃO É raiz desta equação.

c) O número −1 NÃO É raiz desta equação.

Lição 58 – Encontrando raízes da equação por balanceamento

1. Os dois axiomas de Euclides são:

- Axioma 2: Se parcelas iguais forem adicionadas a quantias iguais, os resultados continuarão sendo iguais.

Exemplo:

$$3 = 3$$

$$3 + 1 = 3 + 1$$

$$4 = 4$$

- Axioma 3: Se quantias iguais forem subtraídas das mesmas quantias, os restos serão iguais.

Exemplo:

$$3 = 3$$

$$3 - 1 = 3 - 1$$

2.

a) x = 2

b) x = 11

2
=
2

c) $x = \frac{1}{3}$

d) $x = \frac{3}{2}$

e) $x = \frac{17}{3}$

f) $x = \frac{4}{11}$

g) $x = -11$

h) $x = -1$

i) $x = \frac{1}{2}$

j) $x = 16$

k) $x = 7$

l) $x = \frac{8}{3}$

m) $x = -158$

n) $y = -\frac{7}{9}$

Lição 59 – Encontrando raízes por redução

1.

a) $x = -2$

b) $x = -1$

c) $x = -2$

d) $x = 2$

e) $x = -5$

f) $x = -7$

g) $x = -1$

h) $x = 6$

i) $x = -7$

j) $x = -\frac{7}{3}$

k) $x = 4$

l) $x = 16$

m) $x = -\frac{11}{4}$

n) $x = \frac{15}{7}$

o) $x = \frac{20}{3}$

p) $x = -\frac{13}{11}$

q) $x = 6$

2.

a) $x = -2$

b) $x = \frac{4}{5}$

c) $x = 4$

d) $x = 10$

e) $x = \frac{3}{2}$

f) $x = \frac{1}{3}$

g) $x = 11$

h) $x = 2$

i) $x = \frac{17}{3}$

(Note que é necessário simplificar a fração: $\frac{51}{9} = \frac{51:3}{9:3} = \frac{17}{3}$)

j) $x = \frac{4}{}$

11

k) x = 2

l) x = 0

m) x = –11

n) x = –1

o) $x = \frac{2}{7}$

p) $x = \frac{1}{2}$

q) x = 16

r) x = 7

s) x = 0

t) y = 6

u) $x = -\frac{3}{4}$

v) x = –2

w) x = –20

x) x = –6

y) x = –2

z) $x = -\frac{15}{2}$

aa) x = 7

bb) x = 0

Lição 60 – Equações equivalentes

1.

a) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {3}.

b) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {7}.

c) Não são equivalentes, pois o conjunto solução de x – 5 = 0 é S = {5} e o conjunto solução de x = – 5 é S = {– 5}.

d) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {9}.

e) Não são equivalentes, pois o conjunto solução de 5x = –15 é S = {–3} e o conjunto solução de x = 3 é S = {3}.

f) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {–2}.

g) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {4}.

h) São equivalentes, pois o conjunto solução de ambas é S = {–7}.

2.

a) $x = 3$

b) $x = 11$

c) x = 11

d) x = 1

e) x = 1

f) x = 9

g) $x = \frac{7}{3}$

h) x = 3

i) $x = \frac{6}{5}$

(Note que é necessário simplificar a fração: $\frac{12}{10} = \frac{12:2}{10:2} = \frac{6}{5}$ *)*

j) $x = \frac{2}{3}$

k) $x = \frac{1}{6}$

l) $x = -\frac{1}{2}$

(Note que é necessário simplificar a fração: $-\frac{4}{8} = -\frac{4:4}{8:4} = -\frac{1}{2}$ *)*

Lição 61 – Equação do 1º grau com uma incógnita

1.

a) S = {8}

b) S = {6}

c) S = {2}

d) $S = \left\{-\frac{9}{2}\right\}$

e) S = {3}

f) $S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

g) S = {−1}

h) S = {2}

i) S = {10}

j) $S = \left\{\frac{7}{3}\right\}$

2.

a) S = {4}

b) S = {–2}

c) S = {2}

d) $S = \left\{-\frac{9}{2}\right\}$

e) S = {3}

f) $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

g) S = {1}

h) S = {2,7}

i) S = {5}

j) S = {6}

3.

a) $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

b) S = {5}

c) S = {6}

d) S = {4}

e) S = {6}

f) S = {2}

g) S = {2}

h) S = {10}

i) S = $\left\{-\frac{7}{2}\right\}$

j) S = {30}

k) S = $\left\{-\frac{10}{7}\right\}$

l) S = $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

m) S = {–40}

n) S = {40}

o) S = {26}

4. $3x - 5 = 4$ e $5x - 7 = 8$

5. No conjunto dos inteiros ($\mathbb{Z}$), a equação não tem solução, pois $\frac{8}{3} \notin \mathbb{Z}$.

6. A raiz da equação é $\frac{4}{5}$, que está situado entre 0 e 1.

7.

a) y = 2

b) x = 4

c) 8

d) $\frac{2}{4} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$

8. $x = \frac{21}{4}$

9. $x = \frac{6}{5}$

Lição 62 – Equações na resolução de problemas

1. Inácio possui R$ 240,00

2. Bento possui R$ 66,50.

3. O pai de Tobias mede 2,08 metros. Sabendo isso, Tobias consegue calcular sua altura dividindo 2,08 por 2 e somando com 0,5 metros (50 centímetros).

Atenção!!!!!!! Temos metros e centímetros. Devemos padronizar tudo para metros para que não haja erros na conta! Então:

50 centímetros: 0,5 metros

1 metro e 54 centímetros: 1,54 metros.

4. O salário de Luís é R$ 908,82.

5. O número é 72.

6. A soma de suas idades será 61 daqui 17 anos.

7. Dona Maria tem 36 netos.

8. Os números são 23, 24 e 25.

9. Os números são 44, 46, 48, 50 e 52.

10. O aluno vencedor foi André: 320 votos.

11. Pedro recebeu 1.500 reais.

12. Inácio recebeu 76 laranjas e Luís recebeu 86 laranjas.

13. Os números são 26 e 27.

14. O número é 17.

15. A idade de Sônia é 15 anos.

16. O número é 5.

17. O número é –3.

18. O número é 6.

19. O número é 40.

20. Os números são 363 e 365.

21. Os números são 396, 399, 402.

22. O número é 64.

23. O número é 10.

24. O número é 40.

25. O número é 60.

26. Juliana tem 8 anos.

Lição 63 – Equação do 1º grau com duas incógnitas

1. a) $x + y = 61$

b) $2x - 7 = y$

c) ATENÇÃO. FALTA UMA LETRA NO ENUNCIADO. O ENUNCIADO CORRETO É:

A soma do triplo do número x com o quíntuplo do número y é igual a 100.

Resposta: $3x + 5y = 100$

d) $x = y + 7$

e) $\frac{x}{2} = 2y$

f) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y = 1$

2. $x + y = 51$

3. $x - y = 2$

4.

a) $x + y = 32$

b) $x = y + 25$

c) $x = 6y$

d) $2x + 5y = 60$

5.

a) $x + y = 20$

b) $x = 3y$

c) $x = y + 12$

d) $\frac{x}{2} = 5y$

e) $4x + 2y = 42$

6.

a) É solução.

b) Não é solução.

c) É solução.

d) É solução.

7.

a) Não é solução.

b) É solução.

c) Não é solução.

8.

a) x = 1, ou seja, o par ordenado que é solução da equação fica: (1, 1)

b) $x = -\frac{1}{5}$, ou seja, o par ordenado que é solução da equação fica: $\left(-\frac{1}{5}, -3\right)$

c) x = 2, ou seja, o par ordenado que é solução da equação fica: $\left(2, \frac{13}{3}\right)$

d) $x = -\frac{2}{5}$, ou seja, o par ordenado que é solução da equação fica: $\left(-\frac{2}{5}, -1\right)$

9.

a) y = 2

b) y = −3

c) $y = -\frac{5}{4}$

Lição 64 – Avaliação

1. Os números são 31, 32 e 33.

2. Mateus tem 12 anos.

3. ATENÇÃO: HÁ UM ERRO NO ENUNCIADO.

O enunciado correto é: "...A 2ª igreja deve receber cinco relíquias a mais que a 1ª igreja, e a 3ª igreja, três relíquias a menos que a 2ª."

Resposta: Primeira igreja → 15 relíquias. Segunda igreja → 20 relíquias. Terceira igreja → 17 relíquias.

4. Bernardo tem R$ 10,60 no bolso (13 moedas de R$ 0,50; 21 moedas de R$ 0,10 e 8 moedas

de R$ 0,25).

5. ATENÇÃO: HÁ UM ERRO NO ENUNCIADO. O enunciado correto é: “O quádruplo de figurinhas de Joaquim menos 14 iguala ao dobro do número de figurinhas que ele possui mais 20...”.

Resposta: Joaquim possuía 17 figurinhas.

6. Rodrigo tem 8 anos.

7. Fábio possui 20 selos.

8. A distância de São Paulo à Belo Horizonte é de 570 km.

9. O número pensado por Carlos foi o 8.

10. Tobias deve receber 230 reais.

11. O número é 64.

12.

a) Quem pagou a maior quantia foi Valter: 17,20 reais.

b) Quem pagou a menor quantia foi Laerte: 8,60 reais.

13. Os números são –25, –24, –23.

7º ano, Volume 5

Lição 65 – Razões

1. Qual é a definição de razão na matemática?

R. Razão é uma relação de comparação entre dois valores ou duas grandezas, expressa pelo quociente entre esses valores.

2. Substitua o valor de x de tal forma que a razão entre a e b esteja correta:

	i)	ii)	iii)	iv)	v)	vi)
a	6	8	– 1,2	– 15	– 3	– 2
b	3	2	– 2,4	– 5	– 9	8
$\frac{a}{b}$	$\frac{6}{3} = 2$	4	0,5	3	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$

iii) $\frac{-1,2}{x} = 0,5 \to \frac{-1,2}{0,5} = x \to \frac{\frac{-12}{10}}{\frac{5}{10}} = x \to \frac{-12}{10} \cdot \frac{10}{5} = x \to \frac{-12}{5} = x \to -2,4 = x$

iv) $\frac{x}{-5} = 3 \to x = 3 \cdot -5 \to x = -15$

v) $\frac{x}{-9} = \frac{1}{3} \to x = \frac{1}{3} \cdot -9 \to x = \frac{-9}{3} \to x = -3$

vi) $\frac{x}{8} = -\frac{1}{4} \to x = -\frac{1}{4} \cdot 8 \to x = -\frac{8}{4} \to x = -2$

Lição 66 – Interpretação e aplicação das razões

1. Calcule a razão:

a) De 3 para 9

$\frac{3}{9} = 0,333 \ldots ou\ \frac{1}{3}$

b) De 18 para 6

$\frac{18}{6} = 3$

c) De 2 para $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{1} = 6$$

d) De $\frac{1}{2}$ para $\frac{1}{4}$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

e) 1,25 e 0,25

$$\frac{1,25}{0,25} = \frac{\frac{125}{100}}{\frac{25}{100}} = \frac{125}{100} \cdot \frac{100}{25} = \frac{125}{25} = 5$$

f) 4 e 2,5

$$\frac{4}{2,5} = \frac{4}{\frac{25}{10}} = 4 \cdot \frac{10}{25} = \frac{40}{25} = 1,6$$

g) 1,4 e – 2,1

$$\frac{1,4}{-2,1} = \frac{\frac{14}{10}}{-\frac{21}{10}} = \frac{14}{10} \cdot \frac{10}{-21} = \frac{14}{-21} = -\frac{14}{21} = -0,666\ldots \; ou \; -\frac{2}{3}$$

2. A razão entre dois números é $\frac{7}{3}$, e o menor deles é 9. Qual é o maior?

R. Como a razão é $\frac{7}{3}$, sabemos que o menor número será o consequente, pois 7 > 3.

Assim, temos:

$$\frac{7}{3} = \frac{x}{9} \rightarrow \frac{7}{3} \cdot 9 = x \rightarrow 3$$

63 $= x \rightarrow 21 = x$ 3

Podemos pensar de outra maneira: 9 é o triplo de 3. Então x será o triplo de 7. Oras, o triplo de 7 é 7 . 3 = 21. Portanto, x = 21.

3. A razão de um número *x* para um número *y* é 2. Qual é a razão de *y* para *x*?

R. Todo e qualquer número pode ser escrito como uma fração de denominador 1. Assim, podemos representar $2 = \frac{2}{1}$.

Sendo assim, podemos dizer que a razão de x para y é $\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$, sendo x = 2 e y = 1. Logo, a razão de y para x será $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$.

4. Os números *a* e *b* são racionais positivos e 6*a* = 10b. Determine a razão de *a* para *b*.

R. $6a = 10b \rightarrow \quad 6 \,.\, a = 10 \,.\, b \quad \rightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{10}{6} \quad \rightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{10:2}{6:2} = \frac{5}{3}$

5. Certo refrigerante é vendido por R$ 1,40, em latas de 350 ml, e por R$ 3,50, em garrafas de 1500 ml. Qual das duas embalagens é mais econômica para o consumidor?

R. Para obter a mesma quantidade de refrigerante adquirido por R$ 3,50, isto é, 1500mL, teríamos que comprar:

1 Refrigerante: 1,40 ——— 350 mL

2 Refrigerantes: 2,80 ——— 700 mL

3 Refrigerantes: 4,20 ——— 1050 mL

4 Refrigerantes: 5,60 ——— 1400 mL

5 Refrigerantes: 7,00 ——— 1750 mL

Por esse exemplo, já conseguimos perceber que o refrigerante de 1500 mL por R$ 3,50 sai mais em conta, pois só de comprar 1050 mL no outro preço, já acabamos por pagar mais caro.

Agora, utilizando a razão, temos:

$\frac{350}{1,40} = \frac{350:1,40}{1,40:1,40} = \frac{250}{1}$: Significado (para cada 250 mL, preciso desembolsar 1 real)

$\frac{1500}{} = \frac{1500:3,50}{} \cong \frac{428}{}$: Significado (para cada 428 mL, preciso desembolsar 1 real).

3,50 3,50:3,50 1

Portanto, com apenas 1 real eu compro 250 mL do primeiro refrigerante e 428 mL do sgeundo refrigerante. Assim. O segundo refrigerante compensa mais.

Lição 67 – Proporções

1. Qual é o significado da palavra proporção? Explique de maneira breve o que é uma proporção.

R. A palavra proporção deriva do latim *proportio* e significa "relação", ou ainda uma "justa relação entre coisas", ou uma "relação de igualdade entre coisas". O conceito de proporção está ligado a ideia de igualdade e de comparação. Matematicamente, dizemos que uma proporção é uma igualdade entre duas razões, ou que duas razões formam uma proporção quando as frações forem equivalentes.

2. Faça um teste com sua mãe: peça-lhe que lhe mostre uma receita que ela costuma fazer, anote essa receita em seu caderno, e pergunte-lhe para quantas pessoas, mais ou menos, aquela receita é suficiente. Depois pergunte-lhe quantos ingredientes ela utilizaria se fosse fazer a mesma receita para o dobro de pessoas. Você verá quanto o conceito de proporção é utilizado por todos, todos os dias.

R. ---

3. Qual é o símbolo matemático para expressar uma proporção? Como se lê uma proporção?

R. O símbolo que indica proporção é $\propto$. Dada a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, devemos ler assim "*a* está para *b*, assim como *c* está para *d*".

4. A constante de proporcionalidade de uma razão é o valor que se obtém...?

R. Ao realizar a divisão do antecedente (numerador) pelo consequente (denominador).

Lição 68 – Desenhos, mapas e cartografia

1. Faça um desenho qualquer em uma folha quadricular e repita o desenho em uma escala 2 : 1 e 4 : 1.

R. ---

Lição 69 – Grandezas diretamente proporcionais

1. Qual é a característica entre as grandezas e sequências que são diretamente proporcionais?

R. Quando as grandezas são diretamente proporcionais, ambas aumentam, ou ambas diminuem proporcionalmente. Se uma dobra, a outra dobra. Se uma diminui para a terça parte, a outra diminui para a terça parte.

2. O que a Propriedade Fundamental da Proporção enuncia?

R. A P.F.P enuncia que, dadas duas razões, elas são diretamente proporcionais se o produto dos meios for igual ao produto dos extremos.

3. Verifique se as razões abaixo são proporcionais:

a) $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$

R. $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ $\rightarrow 3 . 35 = 15 . 7$

$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ $\rightarrow 105 = 105.$ Como a igualdade é verdadeira, então as razões são proporcionais.

b) $\frac{6}{5} = \frac{24}{20}$

R. $\frac{6}{5} = \frac{24}{20}$ $\rightarrow 6 . 20 = 24 . 5$

$\frac{6}{5} = \frac{24}{20}$ $\rightarrow 120 = 120$ Como a igualdade é verdadeira, então as razões são proporcionais.

c) $\frac{4}{5} = \frac{6}{7{,}5}$

R. $\frac{4}{5} = \frac{6}{7{,}5}$ $\rightarrow 4 . 7{,}5 = 6 . 5$

$\frac{4}{5} = \frac{6}{7{,}5}$ $\rightarrow 30 = 30$ Como a igualdade é verdadeira, então as razões são proporcionais.

d) $\frac{0{,}1}{0{,}01} = \frac{2}{20}$

R. $\frac{0{,}1}{0{,}01} = \frac{2}{20}$ $\rightarrow 0{,}1 . 20 = 0{,}01 . 2$

$\frac{0{,}1}{0{,}01} = \frac{2}{20}$ $\rightarrow 2 = 0{,}02$ Como não há igualdade, então as razões não são proporcionais.

e) 1 : 2 = 30 : 60

R. $\frac{1}{2} = \frac{30}{60} \rightarrow 1 . 60 = 30 . 2$

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} \rightarrow 60 = 60$ Como a igualdade é verdadeira, então as razões são proporcionais.

f) 15 : 13 = 90 : 65

R. $\frac{15}{13} = \frac{90}{65} \rightarrow 15 . 65 = 90 . 13$

$\frac{15}{13} = \frac{90}{65} \rightarrow 975 = 1170$ Como não há igualdade, então as razões não são proporcionais..

4. Dadas as sucessões de números diretamente proporcionais 2, 4, 6 e 12, 24, 36, descubra qual é a constante de proporcionalidade.

R. $\frac{2}{12} = \frac{4}{24} = \frac{6}{36}$

$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

5. Qual é o valor de x em cada proporção?

a) x : 3 = 5 : 15

R. $\frac{x}{3} = \frac{5}{15} \rightarrow x = 3 . \frac{5}{15} \rightarrow x = \frac{15}{15} \rightarrow x = 1$

b) 1 : x = 2 : 6

R. $\frac{1}{x} = \frac{2}{6} \rightarrow 1 . 6 = x . 2 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = 3$

$\rightarrow x = \frac{6}{2}$

c) $\frac{1}{2} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} : x$

R. $\frac{1}{-} : \frac{2}{-} = \frac{2}{-} \quad - \quad - : x - \quad - \rightarrow \frac{1}{-} . \frac{7}{-} = \frac{3}{-} . \frac{1}{-} \rightarrow \frac{7}{-} = \frac{3}{-} \rightarrow 7 . 4x = 4 . 3$

$\rightarrow 28x = 12$

$2 \quad 7 \quad 7$ $\quad 2\ 2 \quad 4 \quad x$ $\quad 4 \quad 4x$

$\rightarrow x =$

1
2

6

3
$=$ $\quad — \quad —$

$=$

2
8

1
4

7

6. A sequência 2, x é diretamente proporcional à sequência 6,30. Qual é o valor de x?

R. $\frac{2}{6} = \frac{x}{30} \rightarrow \frac{2}{6} . 30 = x \rightarrow 2 . 5 = x \rightarrow 10 = x$

7. Os números 15, 6, 12 e 18 são diretamente proporcionais aos números da sucessão *a, b, c* e *d*. Qual é o valor de *a, b, c* e *d*, se o fator de proporcionalidade entre as proporções é 3?

R. $\frac{15}{a} = \frac{6}{b} = \frac{12}{c} = \frac{18}{d}$

$\frac{15}{a} = 3 \rightarrow \frac{15}{3} = a \rightarrow 5 = a$

$\frac{6}{b} = 3 \rightarrow \frac{6}{3} = b \rightarrow 2 = b$

$\frac{12}{c} = 3 \rightarrow \frac{12}{3} = c \rightarrow 4 = c$

$\frac{18}{d} = 3 \rightarrow \frac{18}{3} = d \rightarrow 6 = d$

8. Descubra os valores das incógnitas abaixo:

$$\frac{x}{4} = \frac{40}{y} = \frac{5}{6} = \frac{12}{z}$$

R. $\frac{x}{4} = \frac{5}{6} \rightarrow x = 4 . \frac{5}{6} \rightarrow x = \frac{20}{6} \rightarrow x = \frac{20:2}{6:2} \rightarrow x = \frac{10}{3}$

$\frac{40}{y} = \frac{5}{6} \rightarrow y = 40 . \frac{6}{5} \rightarrow y = 8 . 6 \rightarrow y = 48$

$\frac{12}{z} = \frac{5}{6} \rightarrow z = 12 . \frac{6}{5} \rightarrow y = \frac{72}{5} \rightarrow y = 14{,}4$

Lição 70 – Grandezas inversamente proporcionais

1. Qual é a característica entre as grandezas e sequências que são inversamente proporcionais?

R. Quando as grandezas são inversamente proporcionais, ao passo que uma aumenta, a outra diminui proporcionalmente. Se uma dobra, a outra cai pela metade, por exemplo.

2. A sequência X, Y é inversamente proporcional a 5,6, e sabe-se que a constante de proporcionalidade é 120. Qual é o valor da soma de x e y?

R. $x \,.\, 5 = y \,.\, 6 = 120$

$x \,.\, 5 = 120 \quad \rightarrow \quad x = \frac{120}{5} \quad \rightarrow \quad x = 24.$

$y \,.\, 6 = 120 \quad \rightarrow \quad y = \frac{120}{6} \quad \rightarrow \quad y = 20.$

3. Classifique a relação entre as grandezas como Diretamente Proporcionais, Inversamente Proporcionais ou Não Proporcionais:

a)

Volume do combustível (litros)	1	2	5	10	20
Preço do combustível (R$)	0,60	1,20	3,00	6,00	12,00

R. Grandezas diretamente proporcionais.

b)

Altura do prédio (m)	10,5	14	17,5	21	24,5
Número de Andares	3	4	56	7	8

Hora do dia	0	4	8	12	16
Temperatura (ºC)	10	5	10	15	17

R. Grandezas diretamente proporcionais.

c)

R. Grandezas não proporcionais.

d) Numa caminhada de 6 km (= 600.000 cm)

Metros por minuto	60	75	80	100	120
Tempo de caminhada (min)	100	80	75	60	50

R. Grandezas inversamente proporcionais (quanto mais metros por minutos se percorre, menor é o tempo de caminhada).

e)

Comprimento do passo (cm)	50	60	75	80	100
Número de passos	12.000	10.000	8.000	7.500	6.000

R. Grandezas inversamente proporcionais (quanto maior a extensão do passo, menos passos precisam ser dados para percorrer uma distância).

4. Denomina-se velocidade média V_m como a razão entre a distância d percorrida e o tempo t gasto para percorrê-lo, ou seja, $V_m = \frac{d}{t}$.

a) João percorreu 450 km em 5 horas. Qual foi a sua velocidade média?

R. $Vm = \frac{450}{5} = 90$ *quilometros por hora.*

b) Na corrida de São Silvestre, Jonas correu por aproximadamente 42 km em quase duas horas. Qual foi sua velocidade média?

R. $Vm = \frac{42}{2} = 21$ *quilometros por hora.*

5. Considere uma jarra com 2l de suco (o que corresponde a 2000ml) que será dividido entre algumas pessoas. Quanto mais pessoas houver, menos suco cada uma receberá. Os dados estão anotados abaixo. Diga se são proporcionais e encontre a constante de proporcionalidade.

Quantidade de pessoas	1	2	4	5	10
Quanto cada um recebe	$2000ml$	$1000ml$	$500ml$	$400ml$	$200ml$

R. São grandezas inversamente proporcionais, com constante de proporcionalidade igual a 2 000. Observe: 1 . 2 000 = 2 000, 2 . 1 000 = 2 000, 4 . 500 = 2 000, etc.

Lição 71 – Definições de proporção

1. O que é uma proporção contínua? Dê três exemplos de proporções contínuas.

R. Uma proporção é dita contínua quando os termos centrais de uma quádrupla são iguais. Por exemplo: Em 2, 4, 4, 8, 2 está para 4 assim como 4 está 8, e os termos centrais são iguais, isto é, 4 e 4.

2. O que é a terceira proporcional?

R. Dados dois números racionais *a* e *b*, ambos diferentes de zero, denomina-se *terceira proporcional* entre *a* e *b* o número *x* que verifica a proporção contínua:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$

3. Encontre a terceira proporcional entre:

a) 1 e 5

R. $\frac{1}{5} = \frac{5}{x} \quad \rightarrow x . 1 = 5 . 5 \quad \rightarrow x = 25$

b) 4 e 6

R. $\frac{4}{6} = \frac{6}{x} \quad \rightarrow x . 4 = 6 . 6 \rightarrow x = \frac{36}{4} \rightarrow x = 9$

c) 7 e 2

R. $\frac{7}{2} = \frac{2}{x} \quad \rightarrow x . 7 = 2 . 2 \rightarrow x = \frac{4}{7}$

d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{5}$

R. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{x} \rightarrow x \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{9}{25} \cdot \frac{2}{1} \rightarrow x = \frac{18}{25}$

e) 4 e $\frac{1}{3}$

R. $\frac{4}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{x} \rightarrow x \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{1}{9} : 4 \rightarrow x = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{36}$

f) $\frac{1}{4}$ e 3

R. $\frac{\frac{1}{4}}{3} = \frac{3}{x} \rightarrow x \cdot \frac{1}{4} = 3 \cdot 3 \rightarrow x = 9 \cdot \frac{4}{1} \rightarrow x = 36$

g) 2,5 e 1,5

R. $\frac{2{,}5}{1{,}5} = \frac{1{,}5}{x} \rightarrow x \cdot 2{,}5 = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \rightarrow x = \frac{2{,}25}{2{,}5} = \frac{225}{250} \rightarrow x = \frac{225 : 25}{250 : 25} = \frac{9}{10} = 0{,}9$

4. O que é a quarta proporcional?

R. Dados dois números racionais *a* e *b*, ambos diferentes de zero, denomina-se *quarta proporcional* entre *a, b e c* o número *x* que verifica a proporção contínua:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

5. Encontre a quarta proporcional entre:

a) 1, 2 e 5

R. $\frac{1}{2} = \frac{5}{x} \rightarrow x \cdot 1 = 2 \cdot 5 \rightarrow x = 10$

b) 6, 3 e 8

R. $\frac{6}{3} = \frac{8}{x} \rightarrow x \cdot 6 = 3 \cdot 8 \rightarrow x = \frac{24}{6} = 8$

c) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{2}$

R. $\frac{2}{5} = \frac{2}{x} \rightarrow x \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} \rightarrow x = \frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{5}$

d) 1,5 , 2 e 5.

R. $\frac{1,5}{2} = \frac{5}{x} \rightarrow x \,.\, 1,5 = 2 \,.\, 5 \rightarrow x = \frac{10}{1,5} = \cancel{10} \,.\, \frac{10}{15} = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$

e) 4, $\frac{1}{3}$ e 2,5

R. $\frac{4}{\frac{1}{3}} = \frac{2,5}{x} \rightarrow x \,.\, 4 = \frac{1}{3} \,.\, 2,5 \rightarrow 4 \,.\, x = \frac{1}{3} \,.\, \frac{25}{10} \rightarrow 4 \,.\, x = \frac{25}{30} \rightarrow x = \frac{25}{30} : 4 = \frac{25}{30} \,.\, \frac{1}{4} = \frac{25}{120}$

$x = \frac{25 : 5}{120 : 5} = \frac{5}{24}$

Lição 72 – Propriedades de proporção

1. Faça a demonstração da 1ª propriedade (sem acompanhar a demonstração da apostila).

R. Verificar tal e qual está na apostila.

2. Verifique a 1ª propriedade nas seguintes proporções:

a) (1, 2, 10, 20)

R.

$\frac{1+2}{2} = \frac{10+20}{20}$

$\frac{3}{2} = \frac{30}{20}$

$3 \,.\, 20 = 2 \,.\, 30$

$60 = 60$

b) (1, 5, 25, 125)

R.

$\frac{1+5}{5} =$

2

5

$+$

1

2

5

1

2

5

$\frac{6}{5} = \frac{150}{125}$

$5 \,.\, 150 = 6 \,.\, 125$

$750 = 750$

c) (4, 5, 48, 60)

R.

4 + 5

――― =

5

4
8
+
6
0
―――
4
8

9
108 ― =

5 48

9 . 48 = 5 . 108

540 = 540

d) ($\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$)

R.

1 + 3 2 + 3

2 4 = 5 5

3 3

4 5

5 5

4 = 5

3 3

4 5

5 4 5 5

― . ― = ― . ―

4 3 5 3

5 5

― = ―

3 3

3. Faça a demonstração da 2ª propriedade (sem acompanhar a demonstração da apostila)

R. Verificar tal e qual está na apostila.

4. Verifique a 2ª propriedade nas seguintes proporções:

a) (1 , 2 , 10 , 20)

R.

$$\frac{1-2}{2} = \frac{10-20}{20}$$

$$\frac{-1}{2} = \frac{-10}{20}$$

$$-0{,}5 = -0{,}5$$

a) (1 , 5 , 25 , 125)

R.

$$\frac{1-5}{5} = \frac{25-125}{125}$$

$$\frac{-4}{5} = \frac{-100}{125}$$

$$-0{,}8 = -0{,}8$$

b) (4 , 5 , 48 , 60)

R.

$$\frac{4-5}{5} = \frac{48-60}{60}$$

$$\frac{-1}{} = \frac{-12}{}$$

5 60

−0,2 = −0,2

c) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5})$

R.

$\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{5} - \frac{3}{5}}{\frac{3}{5}}$

$\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}$

$-\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{3}$

$-\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

5. Faça a demonstração da 3ª propriedade (sem acompanhar a demonstração da apostila)

R. Verificar tal e qual está na apostila.

6. Verifique a 3ª propriedade nas seguintes proporções:

a) (1, 2, 10, 20)

R. $\frac{1}{2} = \frac{10}{20} = \frac{1+10}{2+20}$

$0,5 = 0,5 = \frac{11}{22}$

$0,5 = 0,5 = 0,5$

b) (1, 5, 25, 125)

R. $\frac{1}{5} = \frac{25}{125} = \frac{1+25}{5+125}$

$0,2 = 0,2 = \frac{26}{130}$

$0{,}2 = 0{,}2 = 0{,}2$

c) $(4, 5, 48, 60)$

R. $\frac{4}{5} = \frac{48}{60} = \frac{4+48}{5+60}$

$0{,}8 = 0{,}8 = \frac{52}{65}$

$0{,}8 = 0{,}8 = 0{,}8$

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$

R. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}+\frac{3}{5}}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{\frac{5+4}{10}}{\frac{15+12}{20}}$

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{\frac{9}{10}}{\frac{27}{20}}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{9}{10} \cdot \frac{20}{27}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{18}{27}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

7. Demonstre que, se a seguinte quádrupla x, y, *a*, *b* é proporcional, então x, x + y, *a*, *a* + b também será proporcional. Depois substitua *x, y, a* e *b* por números proporcionais e verifique o que a acabou de demonstrar.

R. Se $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, então $\frac{x}{x+y} = \frac{a}{a+b}$

Tomemos a hipótese $\frac{x}{x+y} = \frac{a}{a+b}$ e apliquemos a P.F.P. Temos:

$$x \,.\, (a + b) = a \,.\, (x + y)$$

Aplicando a distributiva, temos:

$$xa + xb = ax + ay$$

Os termos *xa* e *ax* são iguais. Cancelando ambos, temos:

$$xb = ay$$

Passando *y* dividindo o primeiro termo da equação, e *b* dividindo o segundo termo da equação, temos:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

Dessa maneira, demonstramos que a proporção $\frac{x}{x+y} = \frac{a}{a+b}$ é igual à proporção $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, pois partindo dela chegamos à proporção original. Portanto, demonstramos que essa propriedade é verdadeira.

8. Demonstre que, se a seguinte quádrupla x, y, *a*, *b* é proporcional, então x, x – y, *a*, *a* – *b* também será proporcional. Depois substitua *x, y, a* e *b* por números proporcionais e verifique o que acabou de demonstrar.

R. Se $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, então $\frac{x}{x-y} = \frac{a}{a-b}$

Tomemos a hipótese $\frac{x}{x-y} = \frac{a}{a-b}$ e apliquemos a P.F.P. Temos:

$$x \,.\, (a - b) = a \,.\, (x - y)$$

Aplicando a distributiva, temos:

$$xa - xb = ax - ay$$

Os termos *xa* e *ax* são iguais. Cancelando ambos, temos:

$$-xb = -ay$$

Como ambos os membros da equação são negativos, podemos torna-los positivos. Passando y dividindo o primeiro termo da equação, e b dividindo o segundo termo da equação, temos:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

Dessa maneira, demonstramos que a proporção $\frac{x}{x-y} = \frac{a}{a-b}$ é igual à proporção $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$, pois partindo dela chegamos à proporção original. Portanto, demonstramos que essa propriedade é verdadeira.

Lição 73 – Aplicação das propriedades de proporção

1. Em uma conferência de padres da América, a razão entre brasileiros e estrangeiros era de 7 : 9. Se havia 80 pessoas nessa conferência, quantos eram brasileiros?

R. Se a proporção entre brasileiros e estangeiros é de 7 : 9, significa que para cada 7 brasileiros temos 9 estrangeiros. Um jeito simples de pensar é o de aumentar proporcionalmente o número de brasileiros e estrangeiros, até que a soma de ambos resulte em 80. Observe:

Brasileiros	Estrangeiros	Soma
7	9	7 + 9 = 16
14	18	14 + 18 = 32
21	27	21 + 27 = 48
28	36	28 + 36 = 64
35	45	35 + 45 = 80

Assim, é possível notar que havia 35 padres brasileiros e 45 estrangeiros.

Agora, aplicando as propriedades de proporção, chamemos de x o número de padres brasileiros, e de y o número de padres estrangeiros. Sabemos que a soma $x + y$ precisa ser 80, pois esse é o número total de padres. Assim, podemos dizer:

Se $\frac{Brasileiro}{Estrangeiros} = \frac{7}{9} = \frac{x}{y}$, então $\frac{7}{7+9} = \frac{x}{x+y}$

Resolvendo essa proporção, temos:

$$\frac{7}{7+9} = \frac{x}{x+y}$$

$\frac{7}{16} = \frac{x}{80}$

$7 \,.\, 80 = x \,.\, 16$

$$\frac{560}{16} = x \; \square \; x = 35$$

Assim, temos x = 35 padres brasileiros. Pra descobrir o número de padres estrangeiros basta subtrair esse valor do total 80. Portanto, 80 – 35 = 45 padres estrangeiros.

2. Em um parque de diversões, a razão entre adultos e crianças era de 5 : 7. Se há mais 226 crianças do que adultos, quantas pessoas temos ao todo no parque?

R. Se a proporção entre adultos e crianças é de 5 : 7, significa que para cada 5 adultos, temos 7 crianças. Se o número de adultos for representado por x, podemos dizer que o número de crianças é representado por *x + 226*, pois são 226 crianças a mais do que adultos. Assim, temos:

$$\frac{Adulto}{Criança} = \frac{5}{7} = \frac{x}{x + 226}$$

Aplicando a P.F.P, temos:

$5 \,.\, (x + 226) = 7 \,.\, x$

$5x + 1\,130 = 7x$

$7x - 5x = 1\,130$

$2x = 1\,130$

$x = \frac{1\,130}{2}$

$x = 565$

Portanto, temos x = 565 adultos. Para descobrir o número de crianças, basta somar o número de adultos e 226, resultando em 565 + 226 = 791 crianças. Como queremos o total de pessoas, devemos somar o número de crianças e de adultos. Assim, temos 565 + 791 = 1 356 pessoas no parque.

3. A razão entre a idade de Pedro e a de seu pai é igual a $\frac{2}{9}$. Se a soma da idade dos dois é igual a 55 anos, qual é a idade de Pedro?

R. Sabemos que a proporção entre as idades é de 2 : 9, e que a soma delas é igual a 55. Chamemos por x a idade de Pedro, e por y a de seu pai. Temos:

Se $\frac{Pedro}{Pai} = \frac{x}{y} = \frac{2}{9}$, então $\frac{x+y}{y} = \frac{2+9}{9}$.

Resolvendo essa proporção, temos:

$\frac{x+y}{y} = \frac{2+9}{9}$

$\frac{55}{y} = \frac{11}{9}$

$55 \,.\, 9 = 11 \,.\, y$

$\frac{495}{11} = y$

$y = 45$

Portanto, a idade do pai é y = 45 anos. Assim, a idade de Pedro pode ser encontrada pela subtração 55 – 45 = 10 anos.

4. A proporção entre as medalhas de ouro, de prata e de bronze de um atleta é 3 : 4 : 7, respectivamente. Quantas medalhas de ouro, de prata e de bronze se espera que esse atleta obtenha em 70 jogos, se essa proporção se mantiver e ele conquistar medalhas em todos os jogos?

R. Sabemos que a proporção entre as medalhas é de 3 : 4 : 7, e que a soma de todas elas deve ser 70. Um jeito simples de pensar é o de aumentar proporcionalmente o número das medalhas segundo essa proporção, até somarem 70. Observe:

Ouro	Prata	Bronze	Soma
3	4	7	3 + 4 + 7 = 14
6	8	14	6 + 8 + 14 = 28
9	12	21	9 + 12 + 21 = 42
12	16	28	12 + 16 + 28 = 56
15	20	35	15 + 20 + 35 = 70

Portanto, são 15 de ouro, 20 de prata e 35 de bronze.

Agora, resolvendo este problema utilizando os conceitos de proporção, temos que estabelecer qual é a consta de proporcionalidade. Chamemos ao número de medalhas de ouro por *x*, o de medalhas de prata por *y* e o de medalhas de bronze por *z*. Temos que:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = \frac{x + y + z}{3 + 4 + 7}$$

Sabemos que o total de medalhas é 70. Então, x + y + z = 70. Portanto, temos:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = \frac{70}{14}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = 5$$

A constante de proporcionalidade é 5. Basta resolver cada uma das proporções separadamente:

$$\frac{x}{3} = 5 \rightarrow x = 15$$

$$\frac{y}{4} = 5 \rightarrow x = 20$$

$$\frac{z}{7} = 5 \rightarrow x = 35$$

5. Se o preço de dois rosários é R$ 12,50, quanto custariam 17 rosários?

R. Se 2 rosários custam 12,50, cada um custa 12,50 : 2 = 6,25. Assim, para encontrar o valor de 17, bastaria multiplicar 17 por 6,25. Assim, temos que 17 rosários custam:

$$17 \cdot 6{,}25 = 106{,}25$$

Lição 74 – A razão áurea e a sequência de Fibonacci

1. Qual é o símbolo para representar o número de ouro? Qual é, aproximadamente, seu valor?

R. A sequência de Fibonacci é representada pela letra grega *phi*: ϕ. Seu valor é aproximadamente igual a 1,61803398875.

2. Com as pessoas que moram em sua casa, encontre a proporção áurea que existe entre:

– A altura do ser humano e o comprimento de seu umbigo até o chão.

– O comprimento do braço e o comprimento do cotovelo até o dedo.

R. Respostas pessoais.

Lição 75 – Sequência de Fibonacci

1. Escreva quais são os vinte primeiros números da sequência de Fibonacci.

R. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765.

2. Qual é a relação dessa sequência com o número de ouro?

R. Quanto mais a sequência cresce, mais a razão entre um número e seu antecessor se aproxima do número de ouro.

Lição 76 – Revisando razão, proporção e grandezas

1. Sabendo que as relações entre as medidas de comprimento são:

1 metro (m) – 100 centímetro (cm)

1 metro (m) – 1.000 milímetros (mm)

1 quilômetro (km) – 1.000 metros (m)

Transforme:

a) 2 km em m

R. 2 . 1000 = 2 000 m.

b) 1,5 m em mm

R. 1,5 . 1 000 = 1 500 mm.

c) 1 km em cm

R. 1 . 1 000 m = 1 000 m . 100 = 100 000 cm.

d) 5,8 km em cm

R. 5,8 . 100 000 cm = 580 000

e) 0,4 m em mm

R. 0,4 . 1 000 mm = 400 mm.

f) 27 mm em cm

R. 27 . 0,1 cm = 2,7 cm.

g) 126 mm em m

R. 126 mm . 0,001 m = 0,126 m

h) 12 m em km

R. 12 . 0,001 km = 0,012 km.

2. Sabendo que as relações entre as medidas de peso são:

1 quilo (kg) – 1.000 gramas (g)

1 tonelada (t) – 1.000 quilos (kg)

1 gramas (g) – 1.000 miligramas (mg)

Transforme:

a) 5 kg em g

R. 5 . 1 000 g = 5 000 g

b) 3 t em kg

R. 3 . 1 000 kg = 3 000 kg

c) 5.500 kg em t

R. 5 500 : 1 000 t = 5,5 kg

d) 5.500 kg em g

R. 5 500 . 1 000 g = 5 500 000 g

e) 2,2 kg em t

R. 2,2 : 1 000 t = 0,0022 t

f) 1 t em mg

R. 1 . 1 000 kg = 1 000 kg . 1 000 g = 1 000 000 g . 1 000 mg = 1 000 000 000 mg

g) 1 t em g

R. 1 . 1 000 kg = 1 000 kg . 1 000 g = 1 000 000 g

h) 5.000 mg em kg

R. 5 000 : 1 000 g = 5 g : 1 000 kg = 0,005 kg

i) 5.000 mg em t

R. 5 000 : 1 000 g = 5 g : 1 000 kg = 0,005 kg : 1 000 t = 0,000005 t

Lição 77 – Regra de três simples diretamente proporcionais

1. O que é uma regra de três simples? Por que ela recebe este nome?

R. Uma regra de três simples nada mais é do que uma proporção entre duas grandezas, das quais sabe-se apenas 3 valores e deseja-se saber o quarto. Nela, a idade da quarta proporcional é aplicada.

2. Se 3,5 litros de água custam R$ 4,55, quanto custarão 6,5 litros? R.

3,5 l 4,55 R$

6,5 l ----------- x R$

3,5 . x = 6 ,5 . 4,55

$$x = \frac{29,575}{3,5}$$

$x = 8,45$ reais.

3. Atualmente 1 dólar americano corresponde a 4,08 do real brasileiro. Quantos dólares é possível obter com R$ 129,00? Quantos reais é possível obter com 55 dólares?

R.

1 dólar 4,08 R$

x dólares ----------- 129 R$

1 . 129 = x . 4,08

$$x = \frac{129}{4,08}$$

$x \cong 31,62$ reais

1 dólar 4,08 R$

55 dólares x R$

1 . x = 55 . 4,0,8

$x = 224,40$ reais.

4. Um conjunto de três impressoras industriais, todas iguais, é capaz de imprimir 2.400 folhas em uma hora, caso as três máquinas trabalhem juntas. Quantas folhas serão produzidas se forem utilizadas sete dessas impressoras?

R.

3 impressoras 2 400 folhas

7 impressoras ----------- x folhas

3 . x = 7 . 2 400

$$x = \frac{16\,800}{3}$$

$x = 5\,600$ folhas.

5. Um atleta dá 6 voltas numa pista, mantendo velocidade constante, em 24 minutos. Quantas voltas ele dará em duas horas?

R.

6 voltas 24 minutos

x voltas 120 minutos

6 . 120 = x . 24

$$x = \frac{720}{24}$$

$x = 30$ voltas.

6. Uma torneira, completamente aberta, leva 33 segundos para encher um balde com capacidade de 20 litros. Quanto tempo seria necessário para essa torneira encher um recipiente com capacidade para 1.240 litros?

R.

33 segundos ----------- 20 litros

x segundos 1240 litros

33 . 1240 = x . 20

$$x = \frac{40920}{20}$$

$x = 2\,046$ segundos.

7. O relógio da Catedral de Nossa Senhora, na Bélgica, adianta 21 segundos a cada 7 dias. Quanto adianta em 1 ano?

R.

21 segundos 7 dias

x segundos 365 dias.

21 . 365 = x . 7

$$x = \frac{7\ 665}{7}$$

$x = 1\ 095$ segundos

Lição 78 – Regra de três inversamente proporcionais

1. Antigamente, o trajeto São Paulo-Rio podia ser feito por trem. À velocidade constante de 50 km/h, o trem fazia essa viagem em 8 horas. Se ele desenvolvesse a velocidade de 80 km/h, em quanto tempo faria o mesmo trajeto?

R.

50 km/h 8 horas

80 km/h x horas.

50 . 8 = 80 . x

$$x = \frac{400}{80}$$

$x = 5$ horas

2. Para construir um telhado, cinco homens levam 20 dias. Quanto tempo um conjunto de oito homens, com a mesma capacidade de serviço, levaria para construir este telhado?

R.

5 homens 20 dias

8 homens x dias

5 . 20 = 8 . x

$$x = \frac{100}{8}$$

$x = 12$ dias e meio.

3. Um navio foi abastecido com comida suficiente para alimentar 14 pessoas durante 45 dias. Se 18 pessoas embarcarem nesse navio, para quantos dias, no máximo, as reservas de alimento serão suficientes?

R.

14 pessoas 45 dias

32 pessoas x dias

14 . 45 = 32 . x

$$x = \frac{630}{32}$$

$x \cong 19$ dias.

4. Dez pessoas realizam um trabalho em 15 dias. Qual é o número de dias em que seis pessoas, com igual força de trabalho, fariam o mesmo trabalho?

R.

10 pessoas 15 dias

6 pessoas x dias

10 . 15 = 6 . x

$$x = \frac{150}{}$$

$$6$$

$x = 25$ dias.

5. Para imprimir 5.100 exemplares de certo livro, foram usados 2.244 quilos de papel. Quantos exemplares desse livro podem ser impressos com 2.156 quilos do mesmo papel?

R.

5 100 exemplares 2 244 kg

x exemplares 2 156 kg

5 100 . 2 156 = 2 244 . x

$$x = \frac{10\ 995\ 600}{2\ 244}$$

$x = 4\ 900$ exemplares.

Lição 79 – Regra de três composta

1. Um livro tem 150 páginas, cada página tem 36 linhas, e cada linha tem 50 letras. Se quisermos escrever o mesmo texto em 250 páginas, quantas letras deverá haver em cada linha para que cada página tenha 30 linhas?

R.

150 páginas ----------- 36 linhas 50 letras

250 páginas ----------- 30 linhas x letras

$250 \,.\, 30 \,.\, x = 150 \,.\, 36 \,.\, 50$

$7500\, x = 270\ 000$

$$x = \frac{270\ 000}{7500}$$

$x = 36$ linhas

2. Em uma fábrica 12 máquinas produziram 120 peças em 4 dias. Qual é o tempo necessário para que 8 máquinas iguais às primeiras produzam 300 peças?

R.

12 máquinas ----------- 120 peças 4 dias

8 máquinas ------------ 300 peças x dias

$$\frac{12 . 4}{120} = \frac{8 . x}{300}$$

$$\frac{48}{120} . \frac{300}{8} = x$$

x = 15 dias.

3. Um ônibus, à velocidade de 80 km/h, percorre 400 quilômetros em 5 horas. Se o ônibus rodar a 100 km/h durante 7 horas, que distância percorrerá?

R.

80 km/h ----------- 400 km 5 horas

100 km/h ----------- x km 7 horas

$$\frac{400}{80 . 5} = \frac{x}{100 . 7}$$

$1 . 700 = x$

x = 700 km.

4. Um pequeno barco a vela, com 7 tripulantes, deve atravessar o oceano em 42 dias. Seu suprimento de água potável permite a cada pessoa dispor de 3,5 litros de água por dia (e é isso o que os tripulantes fazem). Após 12 dias de viagem, o barco encontra 3 náufragos numa jangada e os acolhe. Pergunta-se:

a) Quantos litros de água por dia caberão agora a cada pessoa se a viagem prosseguir como antes?

R.

7 tripulantes ----------- 42 dias 3,5 litros

10 tripulantes ----------- 12 dias x litros

$$10 \,.\, 12 \,.\, x = 7 \,.\, 42 \,.\, 3{,}5$$

$$120x = 1029$$

$$x = \frac{1029}{120}$$

$$x = 8{,}575 \text{ litros}$$

b) Se os 10 ocupantes de agora continuarem consumindo 3,5 litros de água cada um, em quantos dias, no máximo, será necessário encontrar uma ilha onde haja água?

R.

7 tripulantes ----------- 42 dias 3,5 litros

10 tripulantes ----------- x dias 3,5 litros

$$10 \,.\, x = 7 \,.\, 42$$

$$x = \frac{294}{10}$$

$$x = 29{,}4 \text{ dias}$$

5. Numa fazenda há 5 cavalos que consomem 300 kg de ração em 6 dias. Suponha que todos eles consomem por dia a mesma quantidade de ração. Com apenas 240 kg de ração, por quantos dias 12 cavalos iguais aos dessa fazenda seriam alimentados?

R.

5 cavalos ----------- 300 kg 6 dias

12 cavalos ----------- 240 kg x dias

$$\frac{x\,.\,12.}{240} = \frac{6\,.\,5}{300}$$

$$\frac{x}{20} = \frac{1}{10}$$

$$x = 20\,.\,\frac{1}{10}$$

$x = 2$ dias.

Lição 80 – Divisão proporcional

1. Uma herança de R$ 750.000,00 deve ser repartida entre três herdeiros em parte proporcionais a suas idades, que são de 5, 8 e 12 anos. Quanto receberá o mais novo?

R. $\frac{x}{5} = \frac{y}{8} = \frac{z}{12} = \frac{x+y+z}{5+8+12}$

$\frac{x+y+z}{5+8+12} = \frac{750\,000}{25} = \underline{30\,000}$

$\frac{x}{5} = 30\ 000 \quad \rightarrow \quad x = 30\ 000 \ .\ 5 = 150\ 000$

$\frac{y}{8} = 30\ 000 \quad \rightarrow \quad y = 30\ 000 \ .\ 8 = 240\ 000$

$\frac{z}{12} = 30\ 000 \quad \rightarrow \quad z = 30\ 000 \ .\ 12 = 360\ 000$

R.O mais novo receberá R$ 150.000,00

2. Carlos dispõe de 60 figurinhas. Ele decidiu distribuir essas figurinhas entre quatro amigos, que sempre o acompanhavam. Para distribuí-las, decidiu quantificar o tempo de amizade com cada um. Ele o fez da seguinte forma, em uma escala de 1 a 5:

- "João Maria é o amigo mais antigo entre todos. Daria a ele uma nota 5".
- "Maria é a segunda mais antiga entre todos. Daria a ela uma nota 4".
- "Tobias é o terceiro amigo mais antigo. Daria a ele uma nota 3".
- "Valentina tem o mesmo tempo de amizade com Carlos do que Tobias. Daria a ela uma nota 3".

Depois de atribuir notas, Carlos decidiu que distribuiria as figurinhas em quantidades proporcionais à nota que cada um recebeu. Descubra quantas figurinhas cada um recebeu.

R. $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{w}{3} = \frac{x+y+z+w}{5+4+3+3}$

$\frac{x+y+z+w}{5+4+3+3} = \frac{60}{15} = 4$

$\frac{x}{5} = 4 \quad \rightarrow x = 4 \,.\, 5 = 20$ figurinhas para Tobias

$\frac{y}{4} = 4 \quad \rightarrow y = 4 \,.\, 4 = 16$ figurinhas para Maria.

$\frac{z}{3} = 4 \quad \rightarrow \quad z = 4 \,.\, 3 = 12$ figurinhas para Tobias.

$\frac{w}{} = 4 \quad \rightarrow \quad w = 4 \,.\, 3 = 12$ figurinhas para Valentina.

Gabarito de Matemática

7º ano, Volume 6

Lição 81 – Polígonos

1. Defina segmento de reta e ângulos.

R. Segmento de Reta é uma linha que possui um ponto de origem e um ponto no fim.

Ângulo é a união de todos os pontos de uma região delimitada por duas semirretas (ou dois segmentos) de mesma origem.

2. Qual é a menor distância entre dois pontos?

R. O segmento de reta é a menor distância entre dois pontos.

3. Explique com suas palavras o que é área e perímetro de uma forma geométrica.

R. A forma geométrica ocupa uma região no plano, isto é, no espaço, e a união de seus segmentos delimita uma região interna a ele. Essa região interna é a área da forma geométrica, e os segmentos que delimitam essa área são o perímetro dessa área.

4. Defina polígono.

R. Polígono é toda forma geométrica delimitada pela união de três ou mais segmentos consecutivos não colineares.

Lição 82 – Tipos de polígonos

1. O que são quadriláteros? E quais são os principais quadriláteros? Explique cada um deles e faça um desenho dos principais quadriláteros.

R. Se uma forma geométrica é formada por quatro segmentos consecutivos não colineares, os polígonos são chamados quadriláteros.

Os principais quadriláteros são: Paralelogramo, retângulo, quadrado, trapézio.

Paralelogramo: os lados opostos são paralelos e congruentes; possui quatro ângulos, sendo os opostos congruentes.

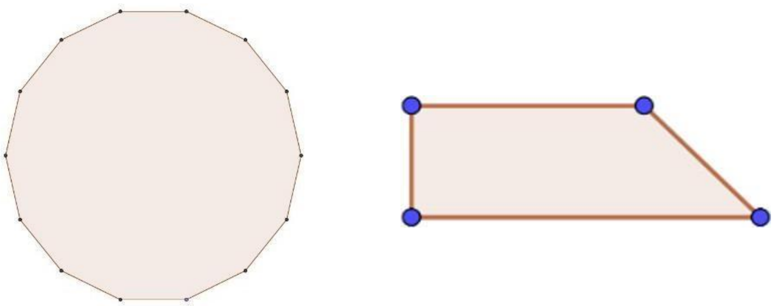
Retângulo: possui quatro ângulos congruentes, todos medindo 90º; os lados opostos são paralelos e congruentes.

Quadrado: todos os lados e os ângulos (medindo 90º) são congruentes.

Trapézio: possui dois de seus lados paralelos.

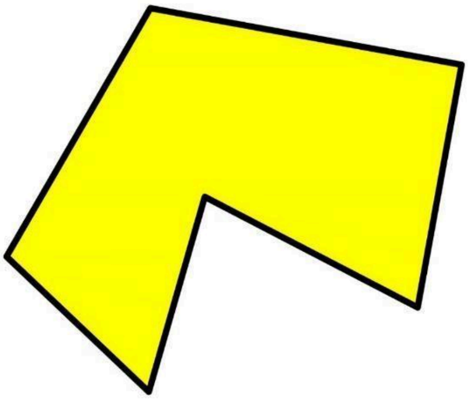
2. Defina polígonos convexos e desenhe dois exemplos.

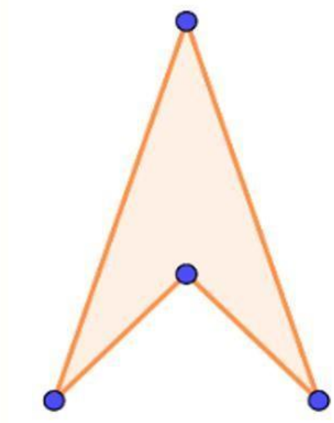
R. Polígonos convexos são todos os polígonos que possuem todos os ângulos interiores menores que 180°



3. Defina polígonos côncavos e desenhe dois exemplos.

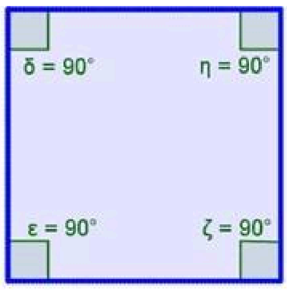
R. Polígonos côncavos são todos os polígonos com um ou mais ângulos interiores superiores a 180°.





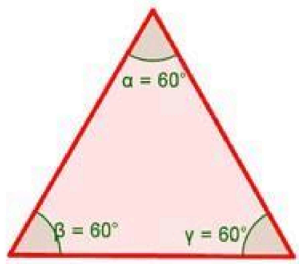
4. Defina polígono regular e dê quatro exemplos.

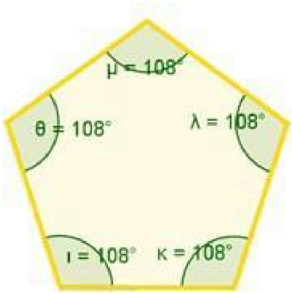
R. Polígonos regulares são todas as formas geométricas que possuem todos os seus ângulos e lados congruentes.



Todo quadrado é um polígono regular, pois seus quatros lados e seus quatros ângulos são congruentes.

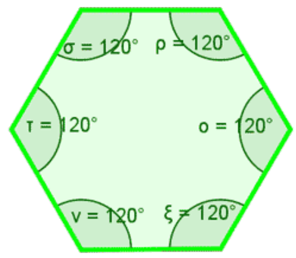
Um triângulo que possui seus três lados e ângulos congruentes é um polígono regular. Este triângulo recebe também o nome de *triângulo equilátero*.





Um pentágono (*penta* = cinco) que possui os cincos lados e os cincos ângulos congruentes é um polígono regular.

Um hexágono (*hexa* = seis) que possui os seis lados e os seis ângulos congruentes é um polígono regular.

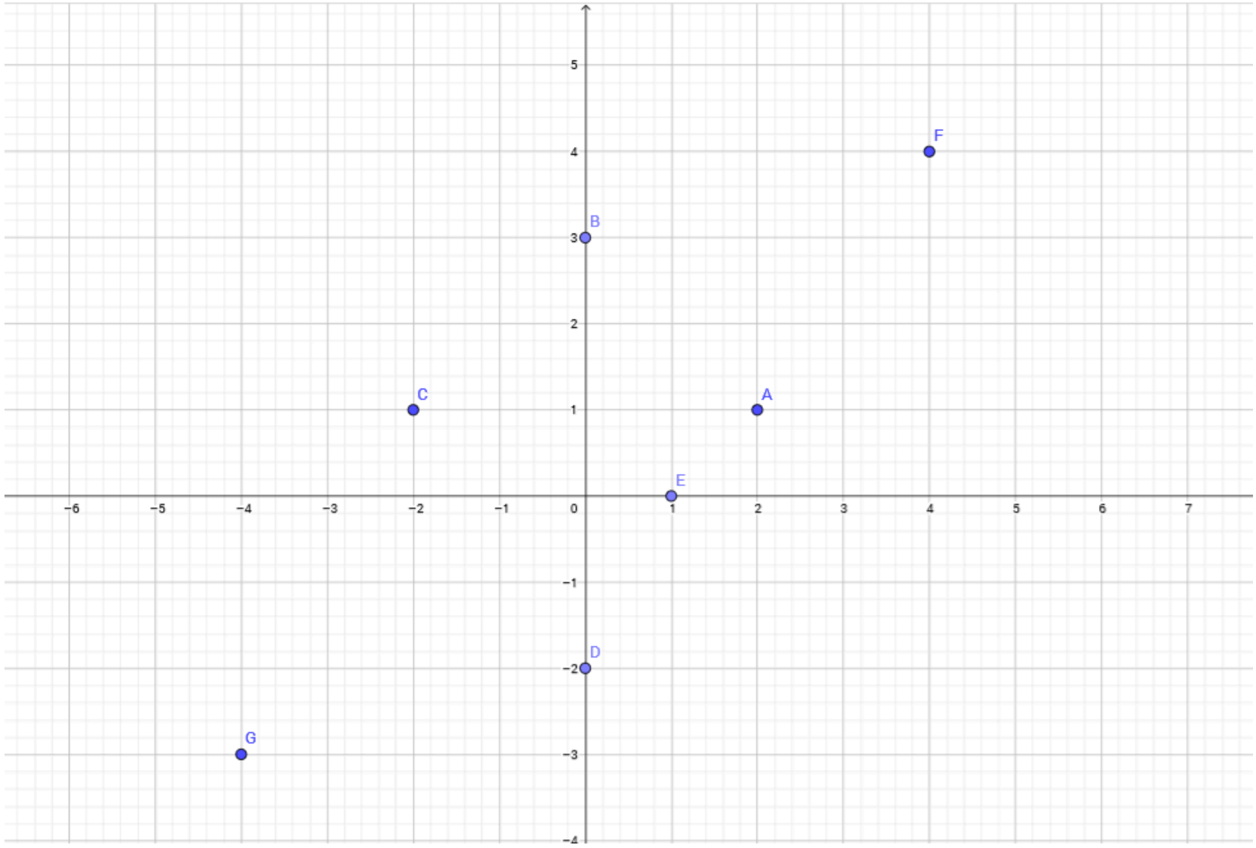


Lição 83 – Plano cartesiano

1. Quais são os nomes dados ao eixo x e ao eixo y?

R. O eixo x é o eixo das abscissas e o eixo y é o eixo das ordenadas.

2. Dados os pontos abaixo, indique quais são suas coordenadas:



R. As coordenadas dos pontos são: A = (2,1) , B = (0,3) , C = (-2,1) , D = (0,-2) , E = (1,0) , F = (4,4) e G = (-3,-4) .

3. Sem construir o plano cartesiano, analise os pontos a seguir e indique em que quadrante o ponto está localizado:

a) A = (4, 2)

b) B = (5, -2)

c) C = (-1, 4)

d) D = (- 4, - 2)

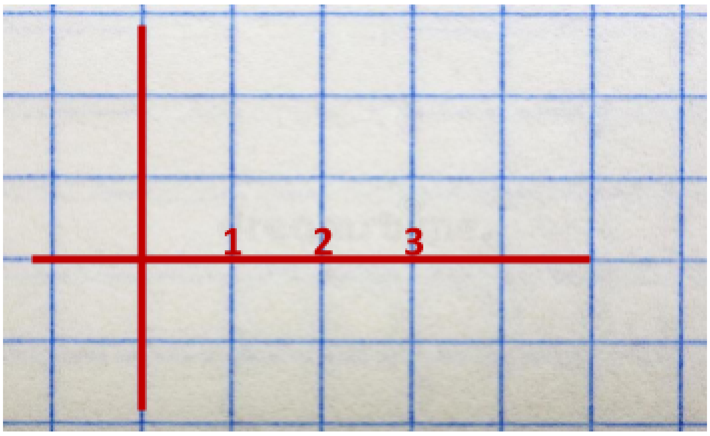
R. a) O ponto A está no 1° quadrante.

b) O ponto B está no 4° quadrante.

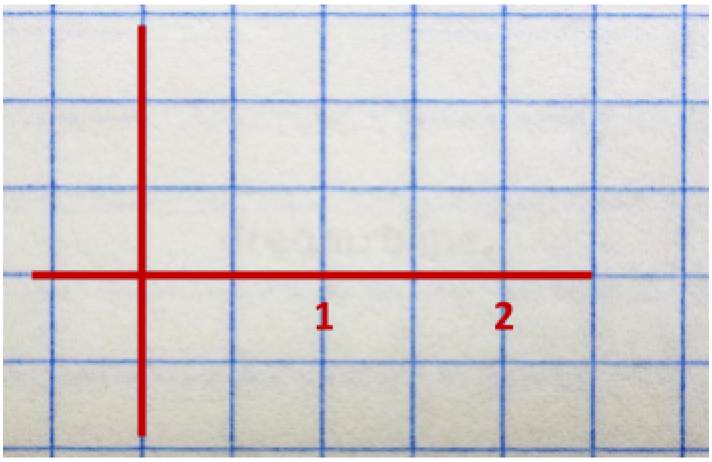
c) O ponto C está no 2° quadrante.

d) O ponto D está no 3° quadrante.

4. Em papel quadriculado construa um plano cartesiano, com o eixo X de – 10 a 10, e o eixo Y de – 10 a 10. Lembre-se de que a distância entre os números do eixo precisa ser sempre igual, e a distância entre os valores do eixo Y também precisa ser sempre igual. Como o papel é quadriculado, você pode utilizar cada quadradinho como medida: veja os exemplos abaixo:



Neste caso, cada quadradinho representa 1 unidade.



Neste caso, cada dois quadradinhos representam 1 unidade.

O importante é que em cada eixo se siga o padrão em que se começou a colocar os valores na reta.

Depois marque os seguintes pontos:

a) A = (1, 2)

b) B = (2, 1)

c) C = (-1, 2)

d) D = (-10, 0)

e) E = (0, 10)

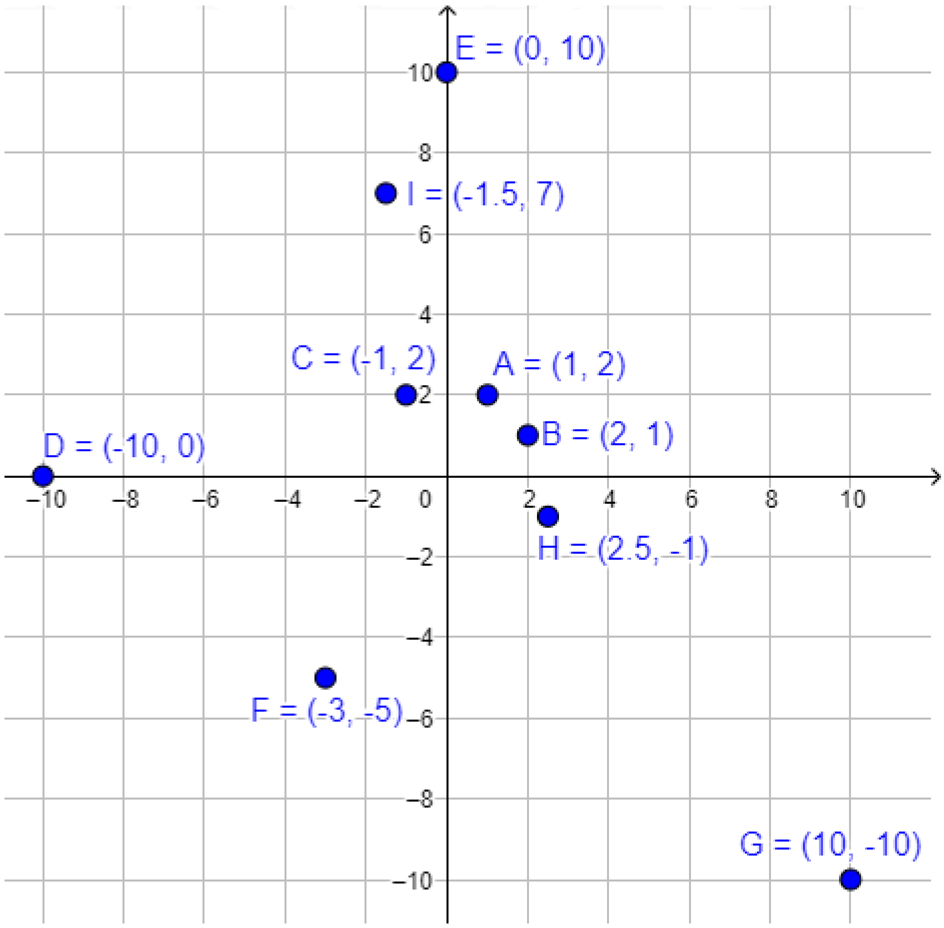
f) F = (-3, -5)

g) G = (10, -10)

h) H = ($\frac{5}{2}$, -1)

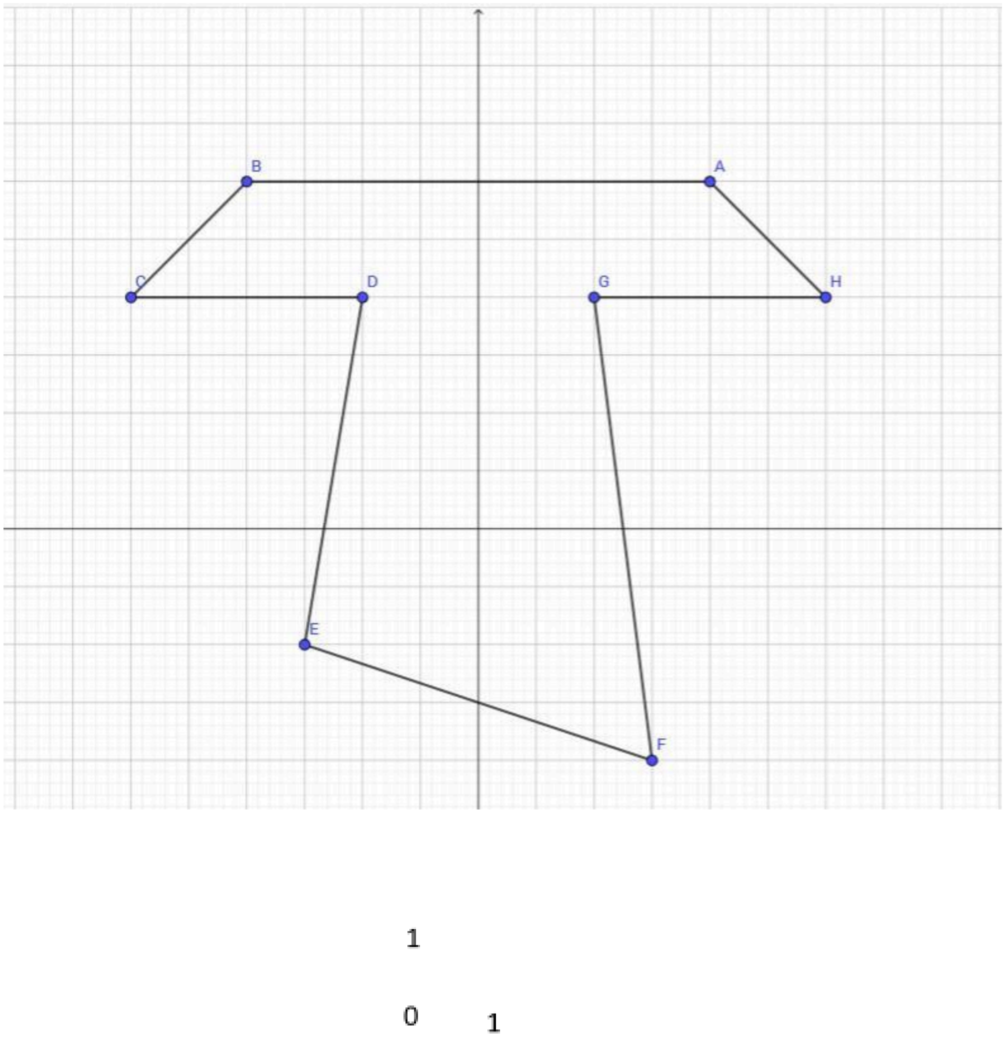
i) I = (-1,5; 7)

R.



5. No livro de Ezequiel está escrito: *"O Senhor disse: passa em meio à cidade, em meio a Jerusalém e marca um Tau na fronte dos homens que suspiram e choram…"* (Ez 9, 4). O tau é uma letra hebraica que se parece muito com uma cruz, e é muito utilizado pelos

franciscanos. Um professor decidiu colocar alguns pontos num plano cartesiano de tal forma que a figura formada se parecesse com um tau:



Analisando a figura, indique:

a) A coordenada dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H.

R. A coordenada dos pontos são: A = (4,6) , B = (-4,6) , C = (-6,4) , D = (-2,4) , E = (-3,-2) , F = (3,-4) , G = (2,4) e H = (6,4) .

b) Que pontos tem a maior ordenada?

R. Os pontos A e B.

c) Que ponto(s) possui(em) a mesma ordenada que H?

R. Os pontos C, D e G.

d) Os pontos de ordenada positiva.

R. Os pontos A, B, C, D, G e H.

e) Os pontos de abscissa negativa.

R. Os pontos B, C, D e E.

Lição 84 – Polígonos e sistema de coordenadas

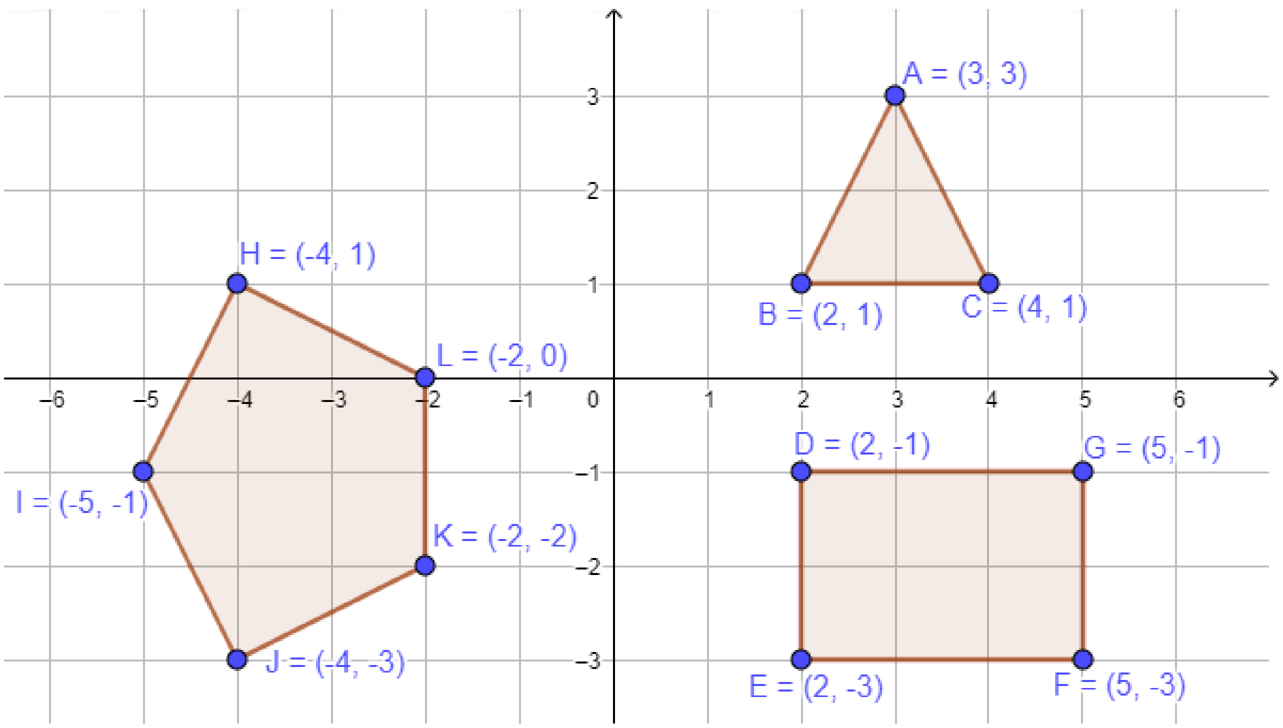
1. Desenhe um triângulo, um retângulo e um pentágono em um plano cartesiano e dê as coordenadas das figuras.

R.

As coordenas do triângulo são: A = (3, 3), B = (2, 1) e C = (4, 1).

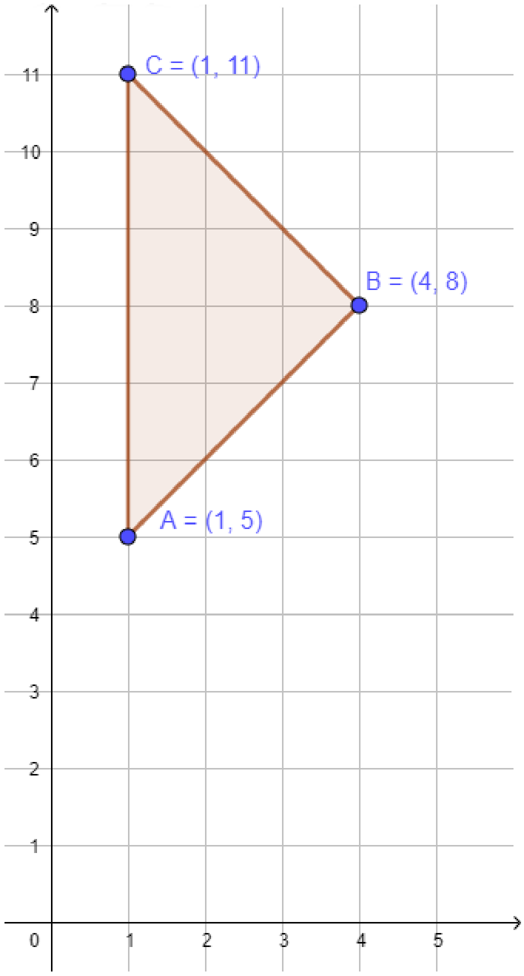
As coordenadas do retângulo são: D = (2, -1), E = (2, -3), F = (5, -3) e G = (5, -1).

As coordenadas do pentágono são: H = (-4, 1), I = (-5, -1), J = (-4, -3), K = (-2, -2) e L = (2, 0).



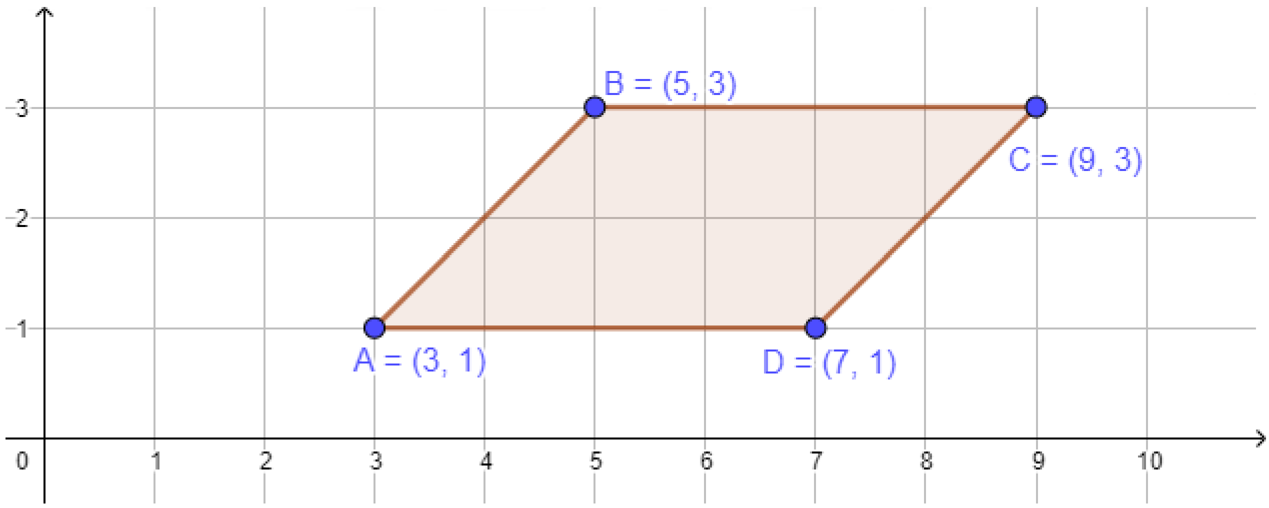
2. Represente o polígono formado pelas coordenadas (1, 5), (4. 8) e (1, 11) no plano cartesiano.

R.

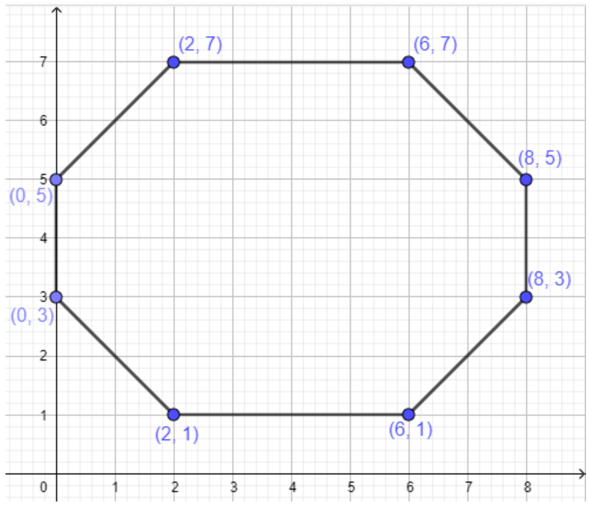


3. Represente o polígono formado pelas coordenadas (3, 1), (5, 3), (9, 3) e (7, 1) no plano cartesiano.

R.



Lição 85 – Ampliação



1. Observe o polígono ao lado.

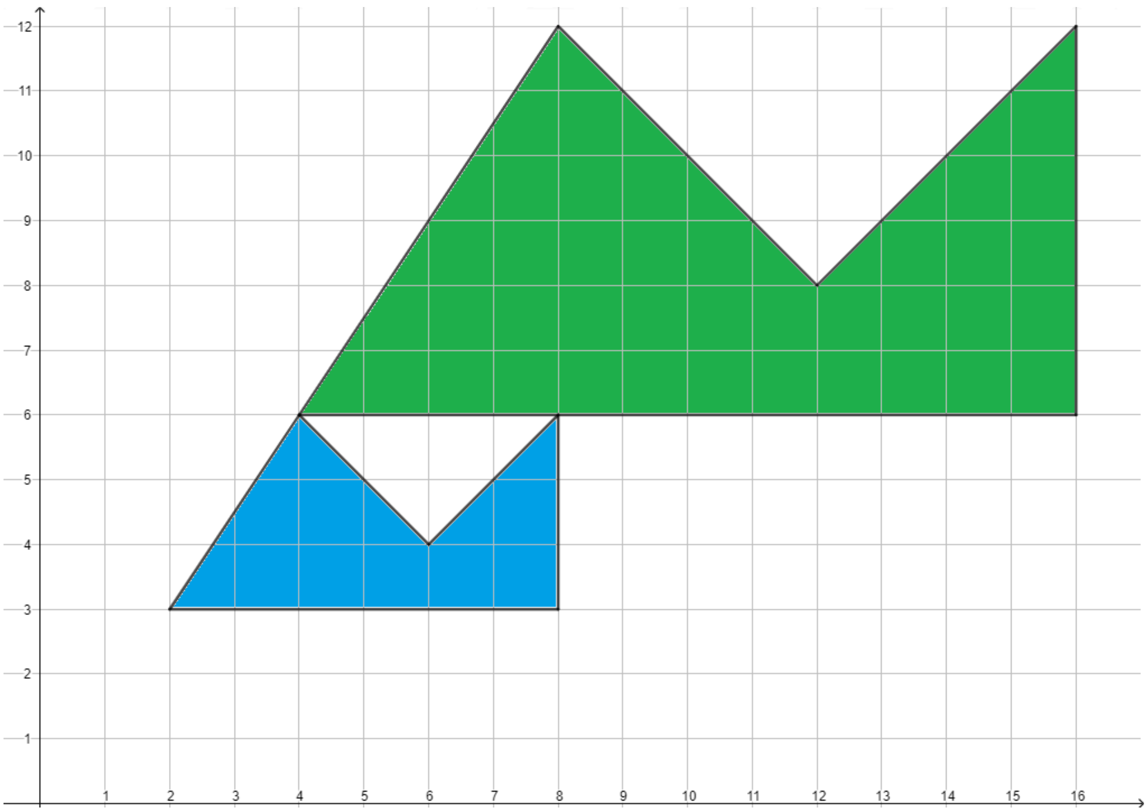
O que deve ser feito com as coordenadas dos pontos deste polígono para obter uma ampliação dele, de fator 2, no 4° quadrante? Quais serão as coordenadas dos vértices do polígono ampliado?

R. Vamos dividir em duas etapas: ampliação de fator 2 e 4° quadrante. Para obtermos uma ampliação de fator 2 basta multiplicarmos as coordenadas por 2.

Para obtemos este polígono ampliado de fator no 4° quadrante, devemos multiplicar a coordena do eixo y do polígono ampliado por -1.

Assim, temos as seguintes coordenadas do polígono ampliado de fator 2 no 4° quadrante: (0, -10), (0, -6), (4, -2), (12, -2), (16, -6), (16, -10), (12, -14) e (4, -14).

2. Considere os polígonos a seguir.



a) Quais são as coordenadas dos vértices do polígono representado em azul?

R. As coordenas dos vértices do polígono azul são: (2, 2), (8, 2), (8, 5), (6, 3) e (4, 5)

b) Qual foi o fator da ampliação do menor para o maior polígono?

R. O fator de ampliação foi de 2.

3. O que significa ampliar um polígono no plano cartesiano?

R. Ampliar um polígono no plano cartesiano significa desenhar um polígono semelhante, porém maior que o anterior.

Lição 86 – Redução

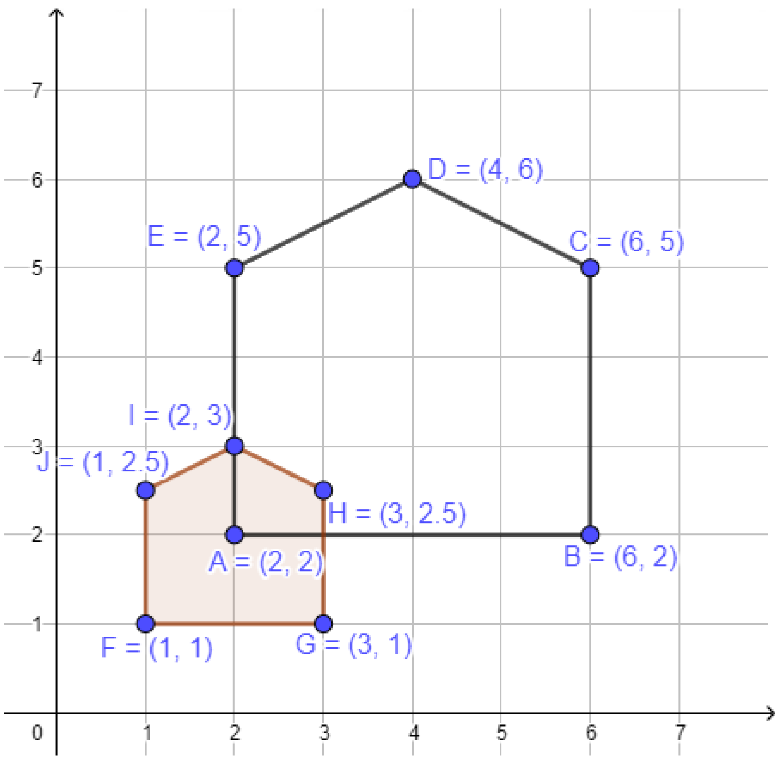
1. A partir de um polígono com os vértices nos pontos (2, 2), (6, 2), (6, 5), (4, 6) e (2, 5), faça a transformação de reduzir o polígono original à metade.

a) Quais são as coordenadas dos vértices do polígono obtido?

R. As coordenadas dos vértices do polígono obtido são: (1, 1), (3, 1), (3; 2,5), (2, 3) e (1; 2,5)

b) Desenhe no mesmo plano cartesiano o polígono reduzido e o original.

R.



2. O que significa reduzir um polígono no plano cartesiano?

R. Reduzir um polígono no plano cartesiano significa desenhar um polígono semelhante, porém menor que o anterior.

Lição 87 – Reflexão

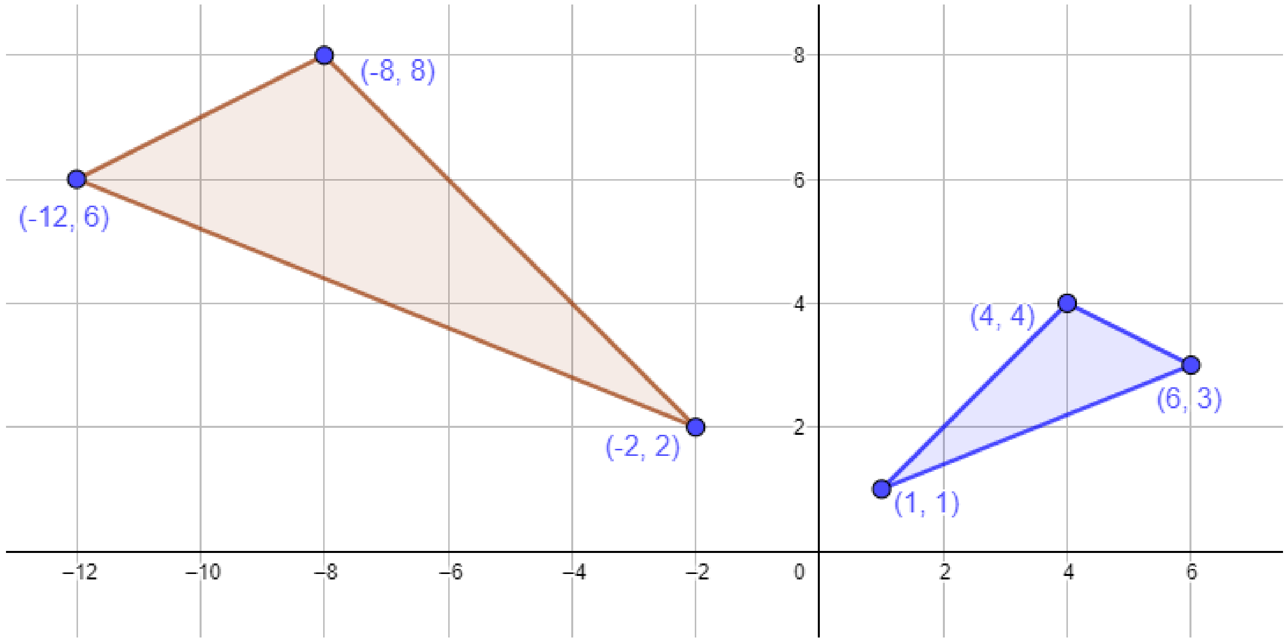
1. Desenhe um triângulo, num plano cartesiano, com vértices nos pontos (1, 1), (6, 3) e (4, 4). Multiplique por – 1 apenas a coordenada do eixo horizontal (x) de cada vértice e, depois, por 2 todos os valores das coordenadas obtidas.

a) Quais são as coordenas dos novos pontos obtidos ao final desse processo?

R. As coordenadas do triângulo obtido são: (-2, 2), (-12, 6) e (-8, 8)

b) Desenhe no mesmo plano o triângulo obtido com vértices, nessas coordenadas?

R.



c) O que aconteceu com o triângulo gerado nesse processo em relação ao original?

R. É um triângulo refletido do original com uma ampliação de duas vezes.

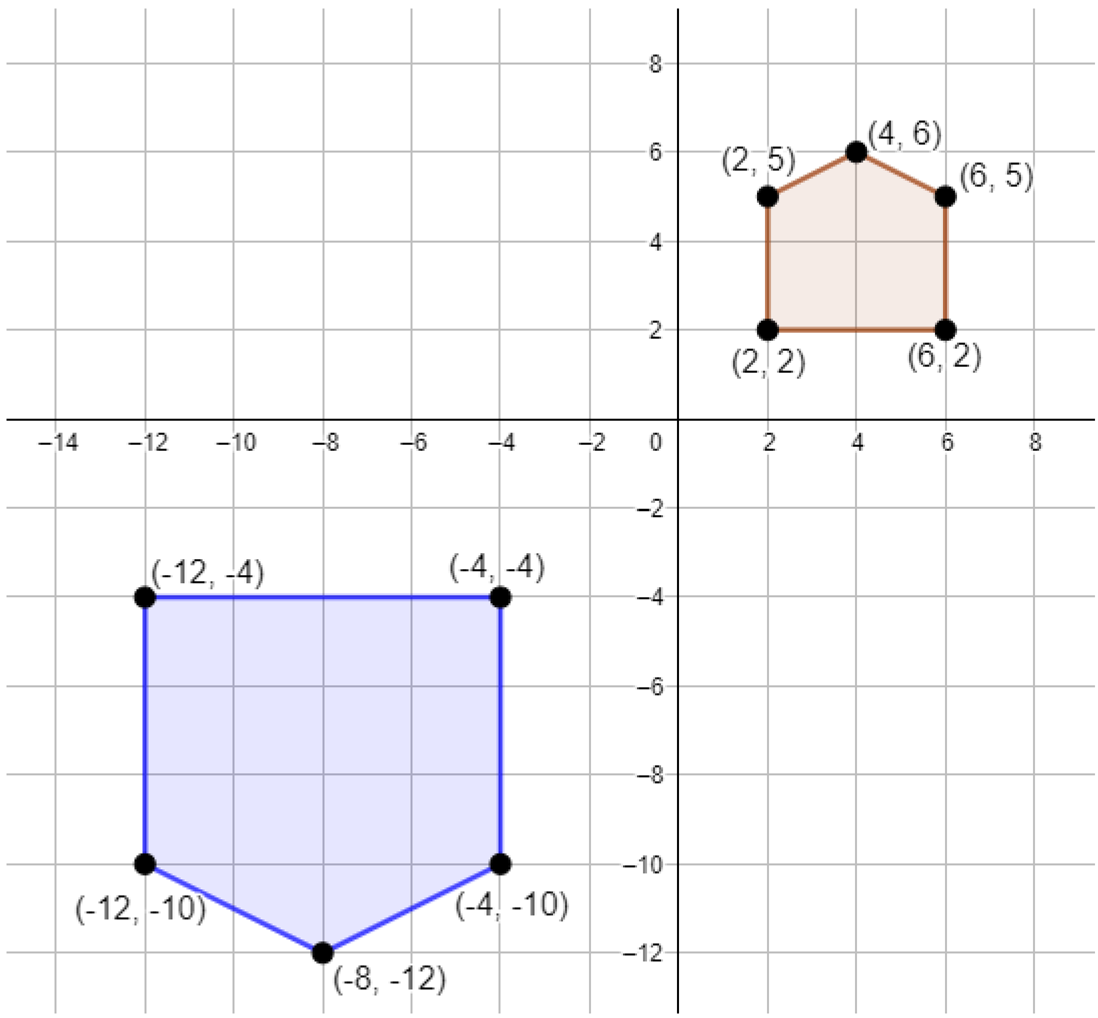
2. A partir de um polígono com os vértices nos pontos (2, 2), (6, 2), (6, 5), (4, 6) e (2, 5), faça duas transformações: uma ampliação de fator 2 do polígono original e em seguida uma reflexão dessa imagem em relação à origem.

a) Quais as coordenadas dos vértices do polígono obtido?

R. As coordenadas do polígono obtido são: (-4, -4), (-12, -4), (-12, -10), (-8, -12) e (-4, -10)

b) Desenhe no mesmo plano cartesiano o polígono final e o original.

R.



3. Descreva a transformação que você deve fazer para refletir um polígono do 4 quadrante para o 3° quadrante sem alterar seu tamanho.

R. Devemos refletir a imagem em relação ao eixo y, isto é, multiplicar as coordenadas de x neste polígono por -1. Assim, refletiremos este polígono no 4° quadrante sem alterar seu tamanho.

4. O que significa refletir um polígono no plano cartesiano?

R. Refletir um polígono no plano cartesiano significa desenhar o mesmo polígono espelhado em relação a um ponto ou a um eixo do plano cartesiano. Esse ponto ou eixo são como um espelho que reflete o polígono.

Lição 88 – Ampliação e redução com a malha quadriculada

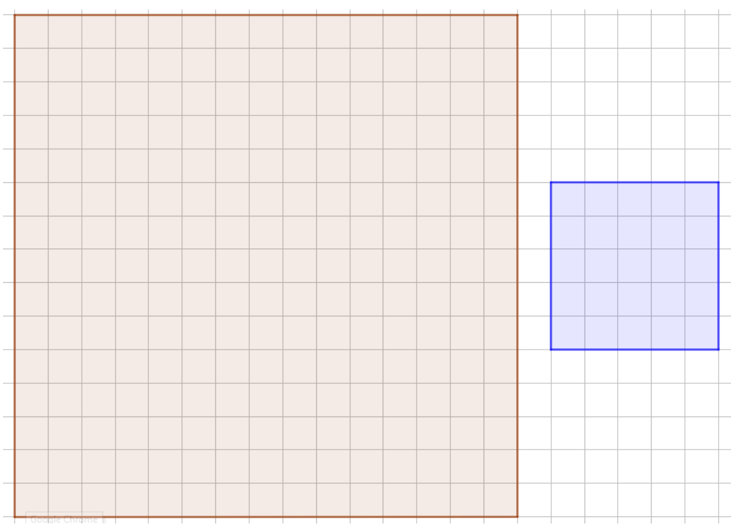
1. Como ampliar ou reduzir uma imagem na malha quadriculada?

R. Para ampliarmos uma imagem em uma malha quadriculada, basta multiplicar pelo fator de ampliação a quantidade de lados de quadradinhos que compõem cada lado do polígono original.

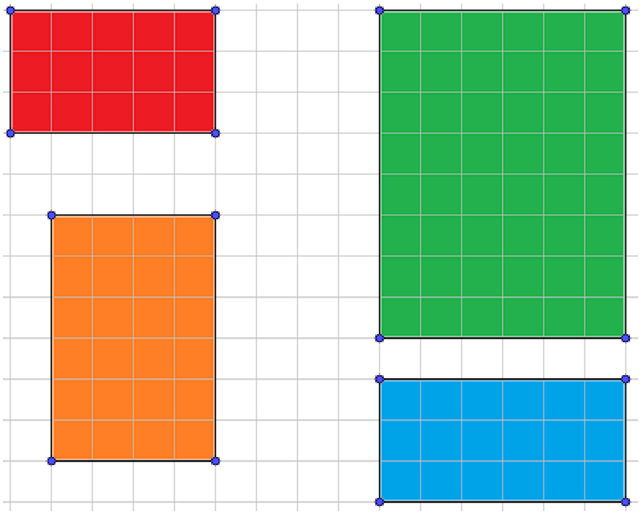
Para reduzirmos uma imagem em uma malha quadriculada, basta multiplicar pelo fator de redução a quantidade de lados de quadradinhos que compõem cada lado do polígono original.

2. Desenhe em uma mesma malha quadriculada um quadrado cujos lados são compostos de 15 lados de quadradinhos e sua redução de fator um terço.

R.



3. Qual dos retângulos a seguir pode ser uma ampliação ou redução de um retângulo desenhado nessa mesma malha quadriculada com os lados menores com medida de
18 lados de quadradinhos e os lados maiores com medida de 24 lados de quadradinhos? Justifique-o.



R. No retângulo vermelho, o lado menor possui 3 quadrados, com isso, podemos ter uma redução de 6, porém o lado maior possui 5 quadrados e não é possível reduzir 6 de 24 e chegar em 5.

No retângulo laranja, o lado maior possui 6 quadrados, com isso podemos ter uma redução de 4, porém, o lado menor possui 4 quadrados e não é possível reduzir 4 de 18 e chegar em 4.

No retângulo verde, o lado maior possui 8 quadrados, com isso temos uma redução de 3 e o lado menor tem 6 quadrados, que significa uma redução de 3 também.

No retângulo azul, o lado maior possui 6 quadrados, com isso temos uma redução de 4 e o lado menor tem 3 quadrados, uma redução de 3.

Portanto, o único retângulo que é uma redução do retângulo desenhado é o retângulo verde.

Lição 89 – Gráfico de setores

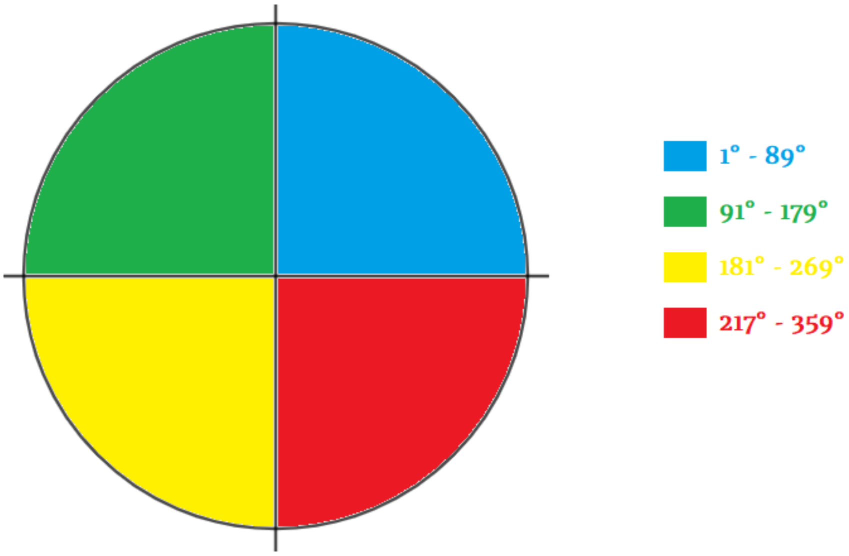
1. O que é um gráfico de setor? Dê um exemplo.

R. O gráfico de setor é uma importante ferramenta usada para análise de dados obtidos, e muito utilizado em pesquisas.

Este gráfico consiste em representar informações na forma de setor circular. O exemplo é pessoal.

2. Construa um círculo e divida-o por meio de dobraduras em um ângulo de 180°, um de 90° e dois de 45°. Assim, você formou 4 setores. Pinte cada um deles de uma cor diferente. Faça uma legenda indicando a cor que corresponde a cada ângulo.

R.



3. No caderno, faça um quadro como este e complete-o.

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4		
8		
16		

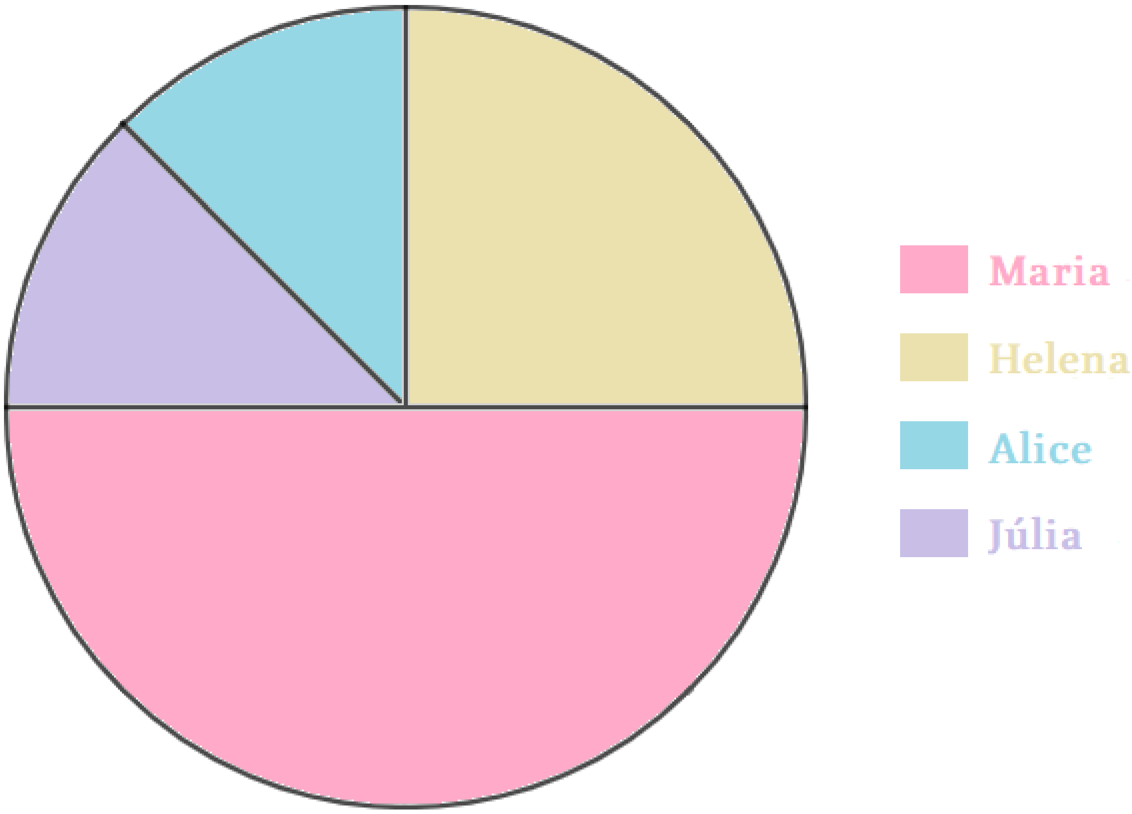
Agora, com base no quadro que você construiu, que relação você pode observar entre o número de partes em que o círculo foi dividido, as medidas dos ângulos e o percentual que cada uma dessas partes representa?

R.

Número de partes em que o círculo foi dividido	Medida do ângulo que cada parte representa	Percentual que cada setor representa
2	180°	50%
4	90°	25%
8	45°	12,5%
16	22,5°	6,25%

4. No caderno, construa um gráfico de setores que traduza a seguinte situação: Maria e suas irmãs ganham por mês uma quantia de seus pais. Maria, que é mais velha, ganha o dobro de sua irmã Helena. As gêmeas Alice e Júlia, as caçulas, ganham, cada uma, metade da quantia que Helena ganha.

R.



Lição 90 – Simetria

1. Qual é a etimologia da palavra *simetria*?

R. A palavra *simetria* vem do grego *SYN*, que significa junto, e da palavra *METRON*, que significa medida. Então, podemos defini-la como sendo a qualidade do que tem a mesma medida.

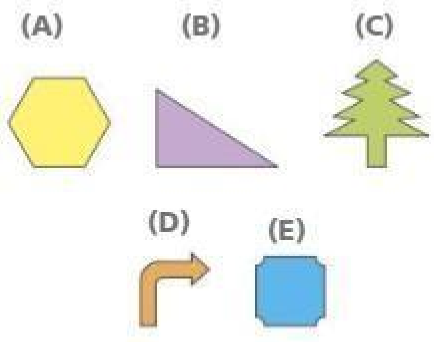
2. Defina com as suas palavras simetria na matemática.

R. Resposta pessoal.

3. Cite três exemplos no seu cotidiano de simetria.

R. Resposta pessoal.

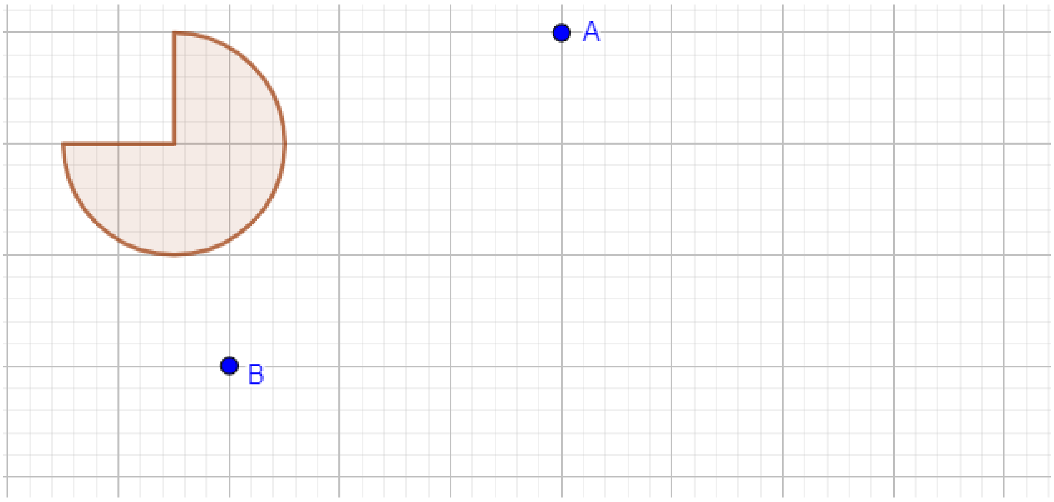
4. Quais das figuras a seguir apresentam simetria?



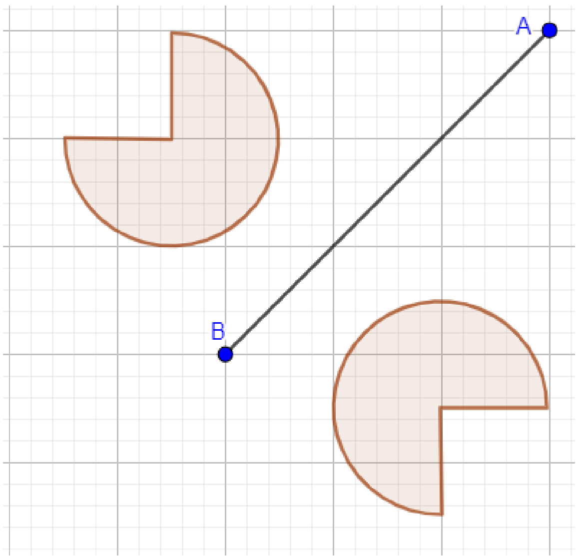
R. As figuras A, C e E.

Lição 91 – Simetria de reflexão

1. Desenhe a reflexão através do eixo de simetria que contém os pontos A e B.



R.



2. Defina:

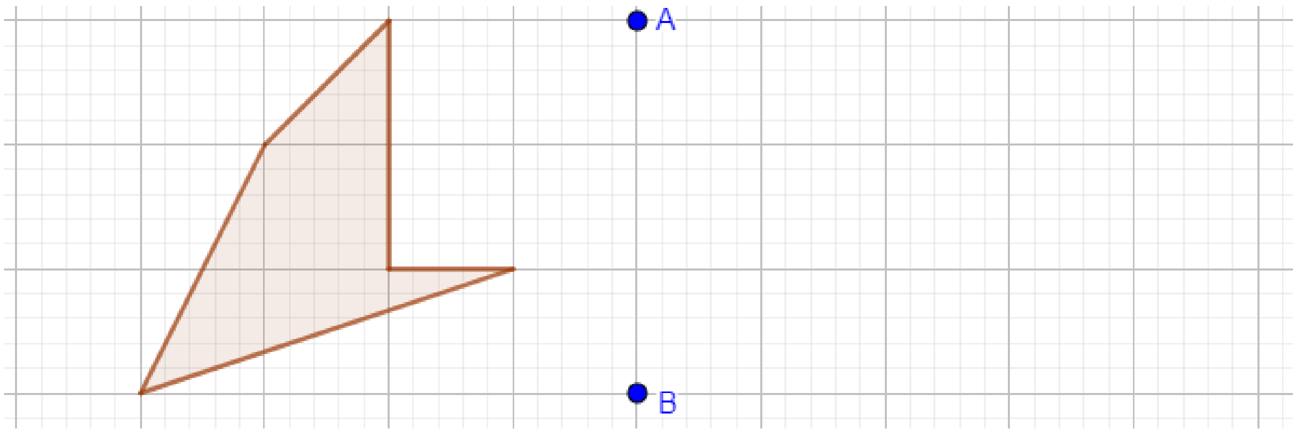
a) simetria de reflexão

R. Quando duas imagens são reflexo uma da outra e esse reflexo se dá em relação a uma linha, dizemos que há simetria de reflexão.

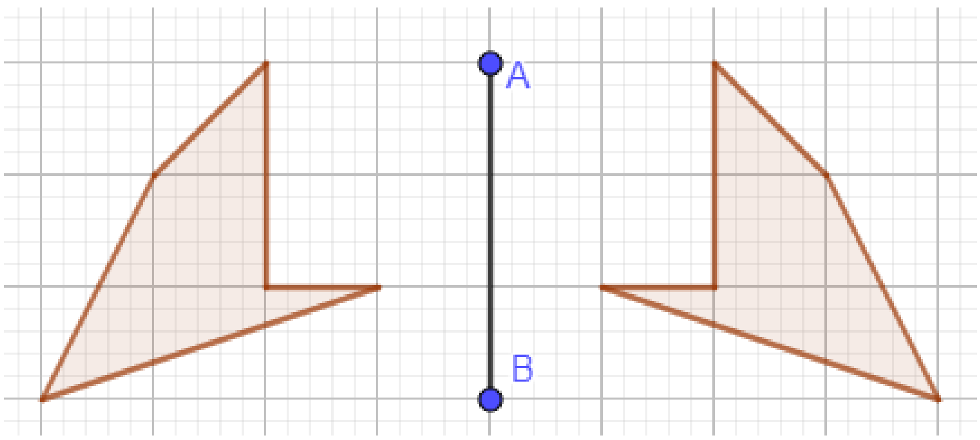
b) eixo de reflexão

R. Eixo de reflexão é a linha que separa duas imagens que são reflexos uma da outra.

3. Desenhe a reflexão através do eixo de simetria que contém os pontos A e B.

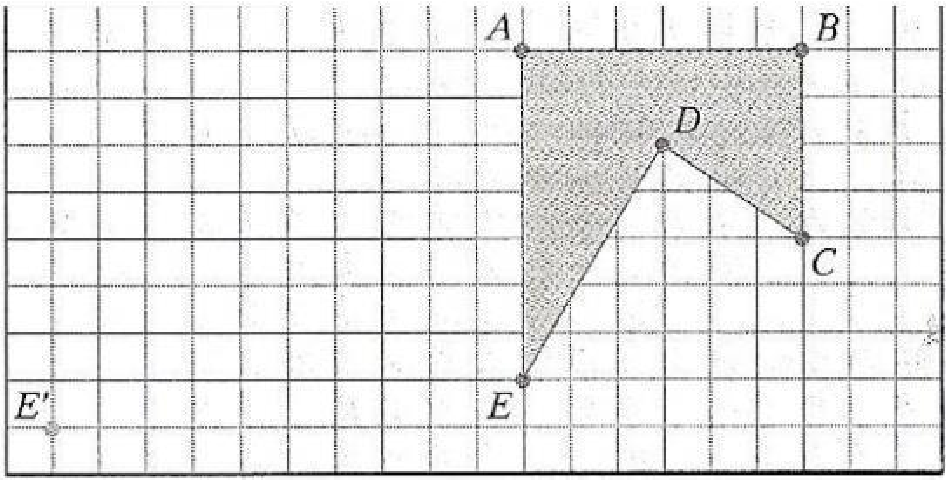


R.

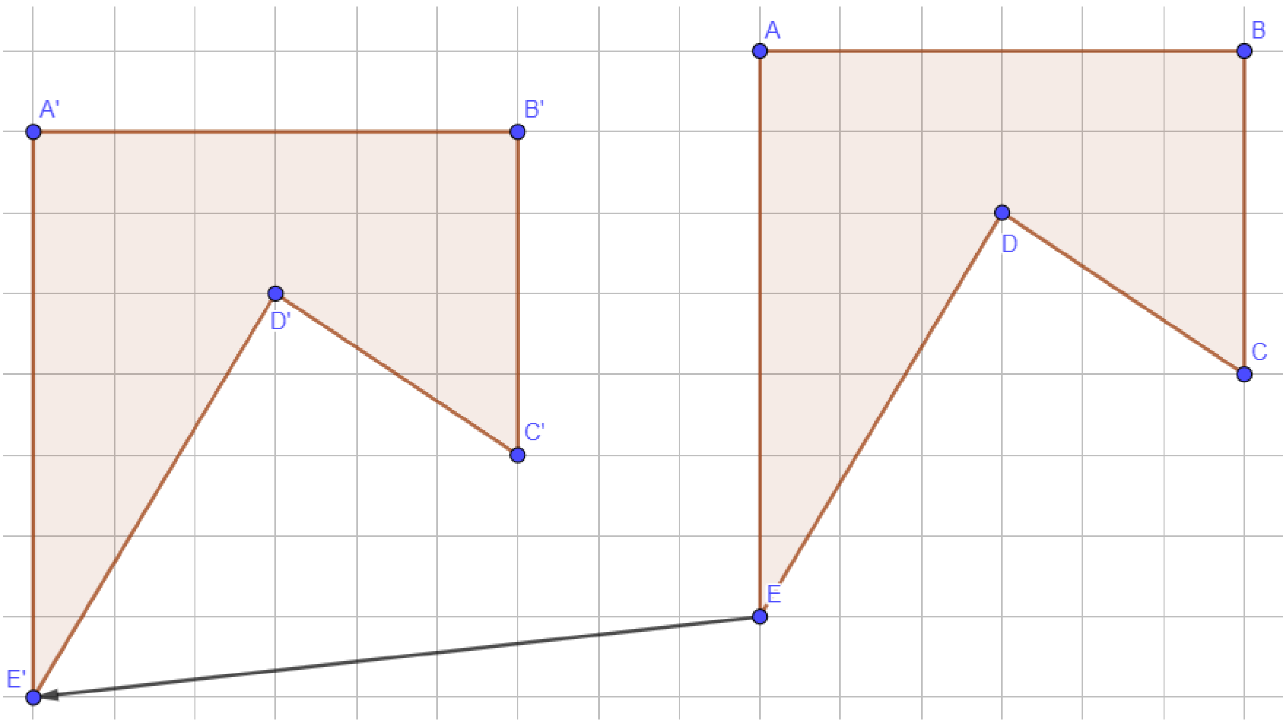


Lição 92 – Simetria de translação

1. Translade a figura geométrica transformando o ponto E no ponto E'.



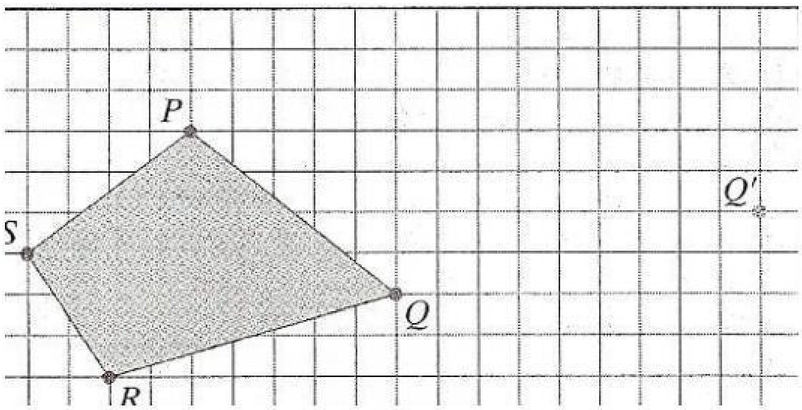
R.



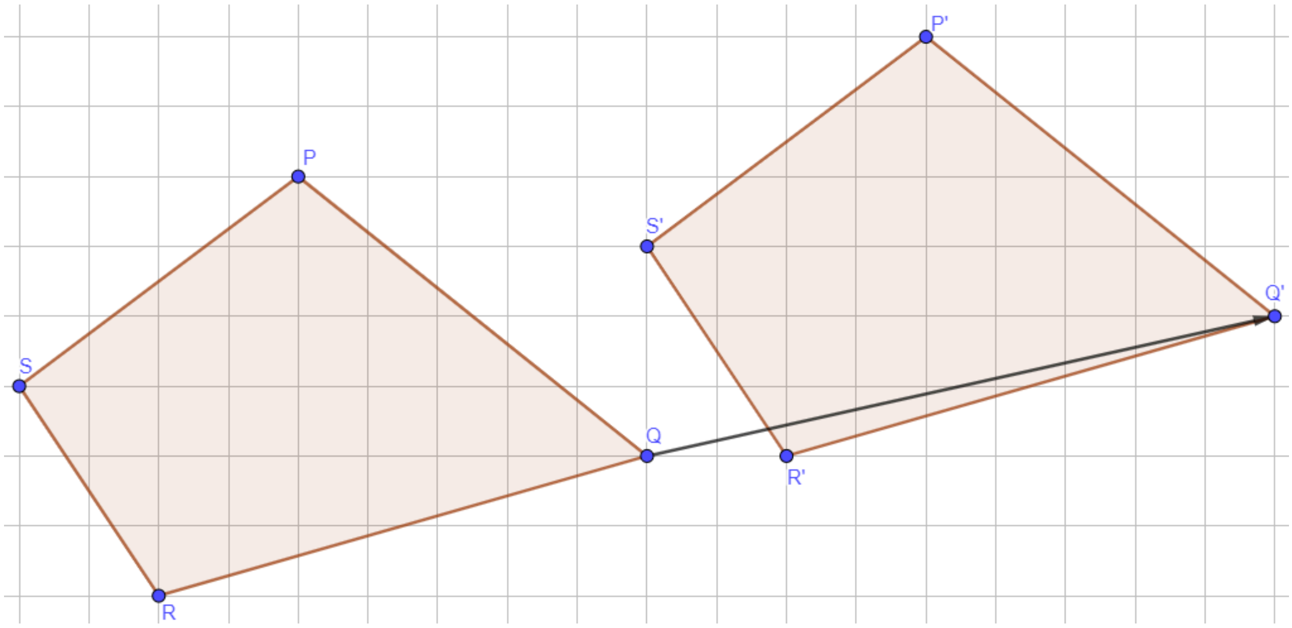
2. Defina simetria de translação.

R. Quando duas imagens que não são reflexo uma da outra podem ser sobrepostas e coincidem, dizemos que as duas figuras são simétricas e que há entre elas uma simetria de translação.

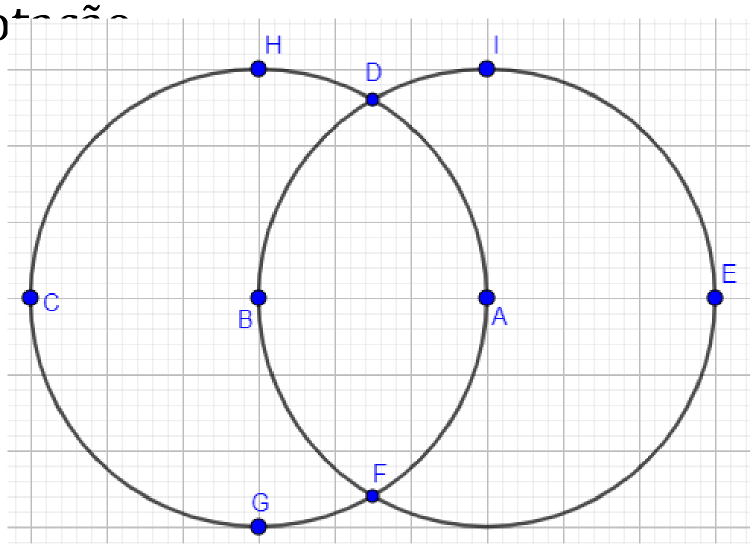
3. Translade a figura geométrica transformando o ponto Q no ponto Q’.



R.



Lição 93 – Simetria de rotação



1. Considere a figura ao lado e indique o ponto correspondente em cada um dos seguintes casos:

   a) a imagem de B através de uma rotação de centro A e ângulo 270º.

   R. A letra I.

b) a imagem de B através de uma rotação de centro A e ângulo 180°.

R. A letra E.

c) a imagem de A através de uma rotação de centro B e ângulo 90°.

R. A letra H.

d) a imagem de D através de uma rotação de centro B e ângulo 120°.

R. A letra C.

e) a imagem de C através de uma rotação de centro B e ângulo 90°.

R. A letra G.

f) a imagem de H através de uma rotação de centro B e ângulo 270°.

R. A letra A.

g) a imagem de F através de uma rotação de centro A e ângulo 300°.

R. A letra B.

2. Defina simetria de rotação.

R. Quando duas imagens podem ser sobrepostas e coincidem, embora não tenhamos simetria de reflexão nem simetria de translação, dizemos que as duas figuras são simétricas e que há entre elas uma simetria de rotação.

Lição 94 – Simetria com o GeoGebra – Parte I

1. Ao traçar a reta nessa construção, foram destacados dois pontos. Com o *mouse* clique sobre um dos pontos e arraste-o. O que acontece com os vértices obtidos? Eles continuam a ter a mesma medida?

R. Os vértices obtidos mudam de coordenadas, isto é, eles mudam de medidas, e isso ocorre porque estamos modificando o eixo de simetria.

2. Utilizando a ferramenta GeoGebra, desenhe 5 polígonos diferentes e verifique a simetria de reflexão de cada um.

R. Resposta pessoal

Lição 95 – Simetria com o GeoGebra – Parte II

1. Com o *mouse*, clique no ponto F do vetor e depois movimente-o. O que ocorre com a segunda imagem criada? A relação existente entre o comprimento do vetor e as distâncias entre os vértices permanece a mesma?

R. Conforme movimentamos o ponto F do vetor a segunda imagem vai se movimentando na mesma direção.

A relação permanece a mesma, isto é, o comprimento do vetor é igual à distância entre os vértices da primeira figura e seus correspondentes na segunda figura.

2. Comparando a medida do ângulo obtida com a medida escolhida como ângulo de rotação, o que podemos obervar?

R. As duas medidas são iguais.

3. Utilizando a ferramenta GeoGebra, desenhe 5 polígonos diferentes e verifique a simetria de translação de cada um.

R. Resposta pessoal

4. Utilizando a ferramenta GeoGebra, desenhe 5 polígonos diferentes e verifique a simetria de rotação de cada um.

R. Resposta pessoal

Lição 96 – Avaliação

1. Defina:

   a) Razão

R. Razão é uma relação de comparação entre dois valores ou duas grandezas, expressa pelo quociente entre esses valores.

   b) Proporção

R. Uma proporção é uma igualdade entre duas razões.

   c) Grandezas diretamente proporcionais

R. Grandezas diretamente proporcionais são grandezas que aumentam juntas ou diminuem juntas proporcionalmente.

   d) Grandezas inversamente proporcionais

R. Grandezas inversamente proporcionais são grandezas que se uma aumenta a outra diminui proporcionalmente.

   e) Proporção contínua

R. Uma quádrupla cujos termos centrais são iguais é denominada proporção contínua.

2. Defina as três propriedades de proporção e dê dois exemplos para cada propriedade.

R. 1ª Propriedade: Se a quádrupla (x , y , a , b) é uma proporção, então a soma dos dois primeiros termos está para o segundo termo, assim como a soma dos dois últimos termos está para o quarto termo.

$$\text{Se } \frac{x}{y} = \frac{a}{b}, \quad \text{então } \frac{x+y}{y} = \frac{a+b}{b}$$

Se (x , y , a , b) é proporcional, então (x + y , y , a + b , b) também é proporcional.

Exemplo 1: A quádrupla (10, 5, 86, 43) é uma proporção, então pela primeira propriedade, temos que:

$$\text{Se } \frac{10}{5} = \frac{86}{43}, \quad \text{então } \frac{10+5}{5} = \frac{86+43}{43} \Rightarrow \frac{15}{5} = \frac{129}{43} = 3$$

Se (10, 5, 86, 43) é proporcional, então (10 + 5, 5, 86 + 43, 43) também é proporcional.

Exemplo 2: A quádrupla (8, 2, 40, 4) é uma proporção, então pela primeira propriedade, temos que:

$$\text{Se } \frac{8}{2} = \frac{40}{10}, \quad \text{então } \frac{8+2}{2} = \frac{40+10}{10} \Rightarrow \frac{10}{2} = \frac{50}{10} = 5$$

Se (8, 2, 40, 4) é proporcional, então (8 + 2 , 2 , 40 + 10, 10) também é proporcional.

2ª Propriedade: Se a quádrupla (x , y , a , b) é uma proporção, então a diferença dos dois primeiros termos está para o segundo termo, assim como a diferença dos dois últimos termos está para o quarto termo.

$$\text{Se } \frac{x}{y} = \frac{a}{b}, \quad \text{então } \frac{x-y}{y} = \frac{a-b}{b}$$

Se (x , y , a , b) é proporcional, então (x – y , y , a – b , b) também é proporcional.

Exemplo 1: A quádrupla (10, 5, 86, 43) é uma proporção, então pela segunda propriedade, temos que:

$$\text{Se } \frac{10}{5} = \frac{86}{43}, \quad \text{então } \frac{10-5}{5} = \frac{86-43}{43} \Rightarrow \frac{5}{5} = \frac{43}{43} = 1$$

Se (10, 5, 86, 43) é proporcional, então (10 – 5 , 5 , 86 – 43, 43) também é proporcional.

Exemplo 2: A quádrupla (8, 2, 40, 4) é uma proporção, então pela segunda propriedade, temos que:

$$\text{Se } \frac{8}{2} = \frac{40}{10}, \quad \text{então } \frac{8-2}{2} = \frac{40-10}{10} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{30}{10} = 3$$

Se (8, 2, 40, 4) é proporcional, então (8 – 2 , 2 , 40 – 10, 10) também é proporcional.

3ª Propriedade: Dada quádrupla (x, y, a, b) , temos que a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

$$= \frac{x + a}{y + b}$$

Exemplo 1: Seja a quádrupla (8, 4, 6, 3) então pela terceira propriedade, temos que:

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{8+6}{4+3} = \frac{14}{7} = 2$$

Exemplo 2: Seja a quádrupla (15, 5, 45, 15) então pela terceira propriedade, temos que:

$$\frac{15}{5} = \frac{45}{15} = \frac{15+45}{5+15} = \frac{60}{20} = 3$$

3. O que é razão áurea? O que é sequência de Fibonacci? E qual é a relação entre eles?

R. A razão áurea ou proporção áurea é a uma constante de valor aproximado 1,618, que quando é utilizada em construções ou objetos, ou quando aparece na natureza, apresenta uma aparência visualmente bela, que agrada aos olhos de quem vê.

A sequência de Fibonnaci é uma sequência onde os termos são gerados a partir da soma dos termos anteriores. Assim, temos:

1 1 2 3 5 8 13 18

onde

2 = 1 + 1

3 = 2 + 1

5 = 3 + 2

8 = 5 + 3

A medida que a sequência de Fibonacci cresce, a razão entre um termo e o anterior vai se aproximando cada vez mais do número de ouro. Observe:

1 : 1 = 1

2 : 1 = 2

3 : 2 = 1,5

5 : 3 = 1,666....

8 : 5 = 1,6

13 : 8 = 1,625

21 : 13 = 1,61538...

34: 21 = 1,619....

4. Um conjunto de três impressoras industriais, todas iguais, é capaz de imprimir 2.400 folhas em uma hora, caso as três máquinas trabalhem juntas. Quantas folhas serão produzidas se forem utilizadas oito dessas impressoras?

R.

3 impressoras 2 400 folhas

8 impressoras ----------- x folhas

3 . x = 8 . 2 400

$$x = \frac{19\ 200}{3}$$

$x = 6\ 400$ folhas.

5. Um navio foi abastecido com comida suficiente para alimentar 14 pessoas durante 45 dias. Se 18 pessoas embarcarem nesse navio, para quantos dias, no máximo, as reservas de alimento serão suficientes?

R.

14 pessoas 45 dias

18 pessoas x dias

14 . 45 = 18 . x

$$x = \frac{630}{18}$$

$x = 35$ dias.

6. Um livro tem 150 páginas, cada página tem 36 linhas, e cada linha tem 50 letras. Se quisermos escrever o mesmo texto em 250 páginas, quantas letras deverá haver em cada linha para que cada página tenha 30 linhas?

R.

150 páginas ----------- 36 linhas 50 letras

250 páginas ----------- 30 linhas x letras

$$250 \, . \, 30 \, . \, x = 150 \, . \, 36 \, . \, 50$$

$$7500\,x = 270\,000$$
$$x = \frac{270\,000}{7500}$$
$$x = 36 \text{ linhas}$$

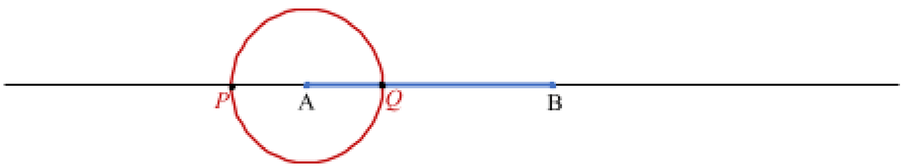
7. Construa um quadrado de lado $\overline{AB}$ dado.

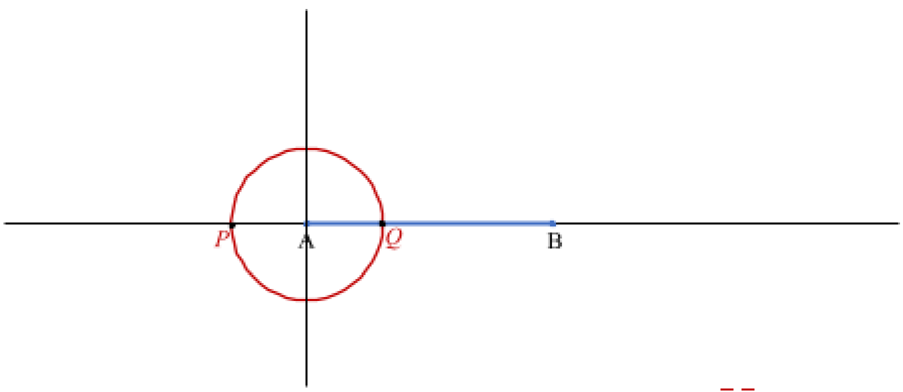
R. Seja o segmento $\overline{AB}$ dado.

Para construir um quadrado de lado $\overline{AB}$ dado devemos seguir os seguintes passos:

1º Transporte o segmento $\overline{AB}$ dado sobre uma reta-suporte.

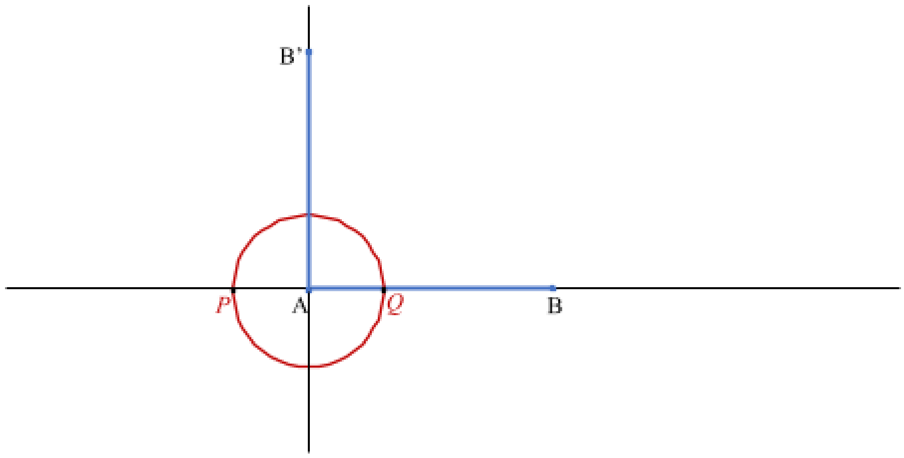
2º Com a ponta seca do compasso fixa em A, trace uma circunferência de qualquer raio, de tal forma que essa circunferência intersecte a reta-suporte e o segmento.





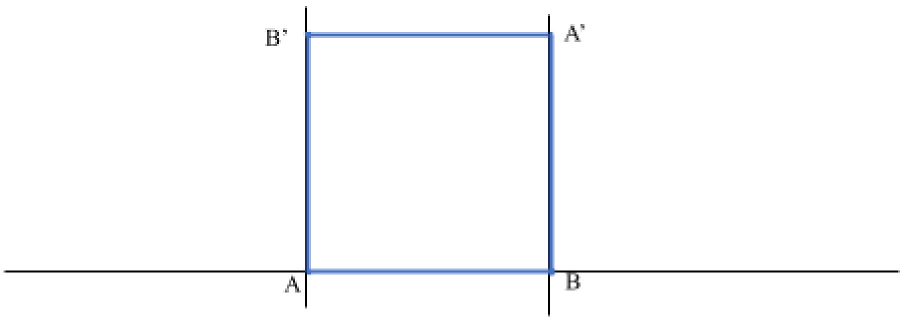
3º Dessa forma, o ponto A é o ponto médio do segmento $\overline{PQ}$. Trace a mediatriz do segmento $\overline{PQ}$. A mediatriz é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$, isto é, forma um ângulo de 90° com o segmento $\overline{AB}$.

4º Transporte o segmento $\overline{AB}$ para a mediatriz.



5º Repita todo os passos com a ponta seca do compasso fixa em B.

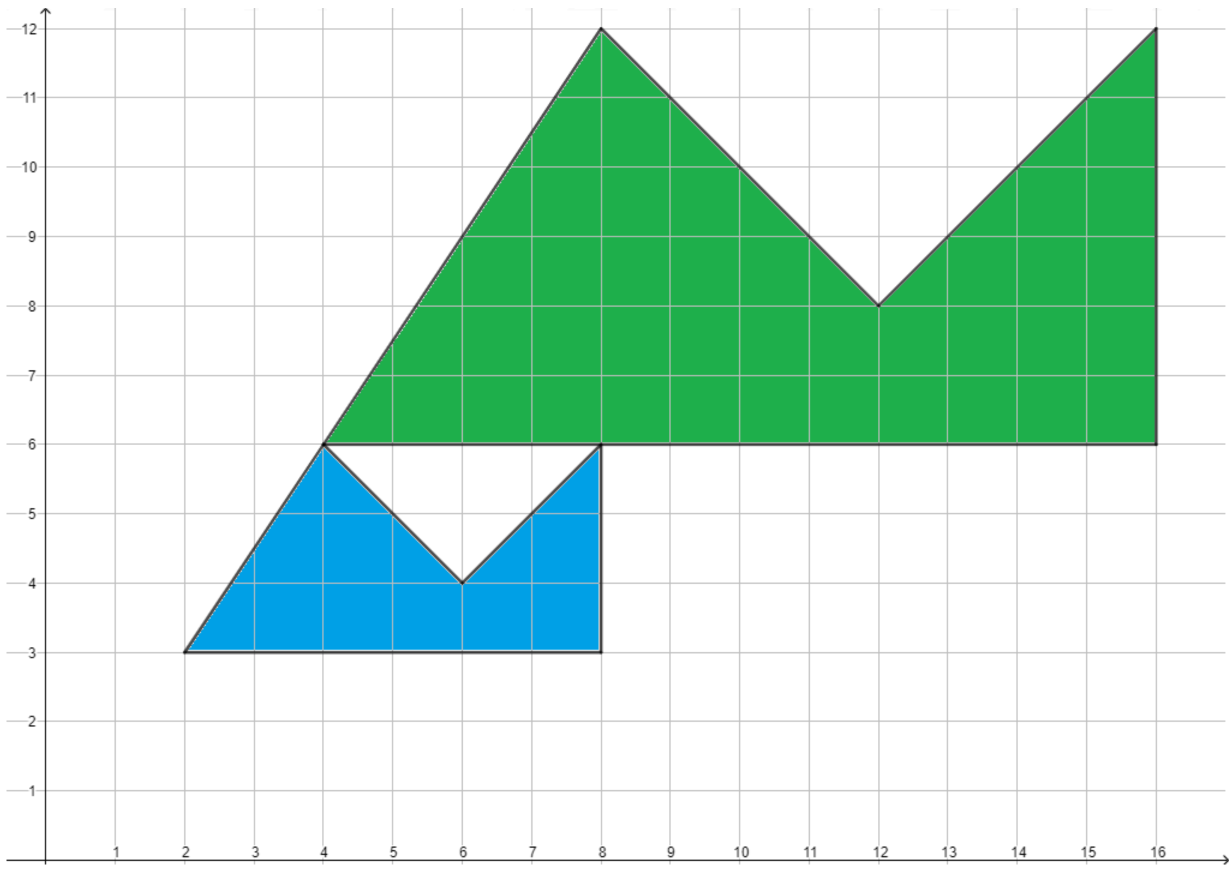
6º Trace o segmento $\overline{A'B'}$. O quadrado ABA'B', de lado $\overline{AB}$, está pronto.



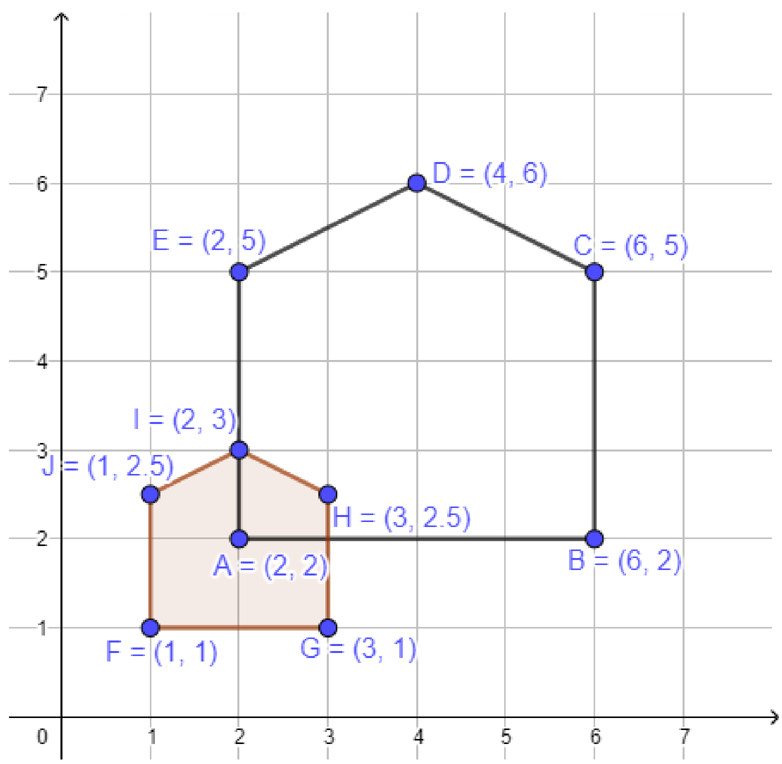
8. Defina as três transformações geométricas no plano cartesiano e dê um exemplo de cada uma.

R. As três transformações geométricas são: ampliação, redução e reflexão.

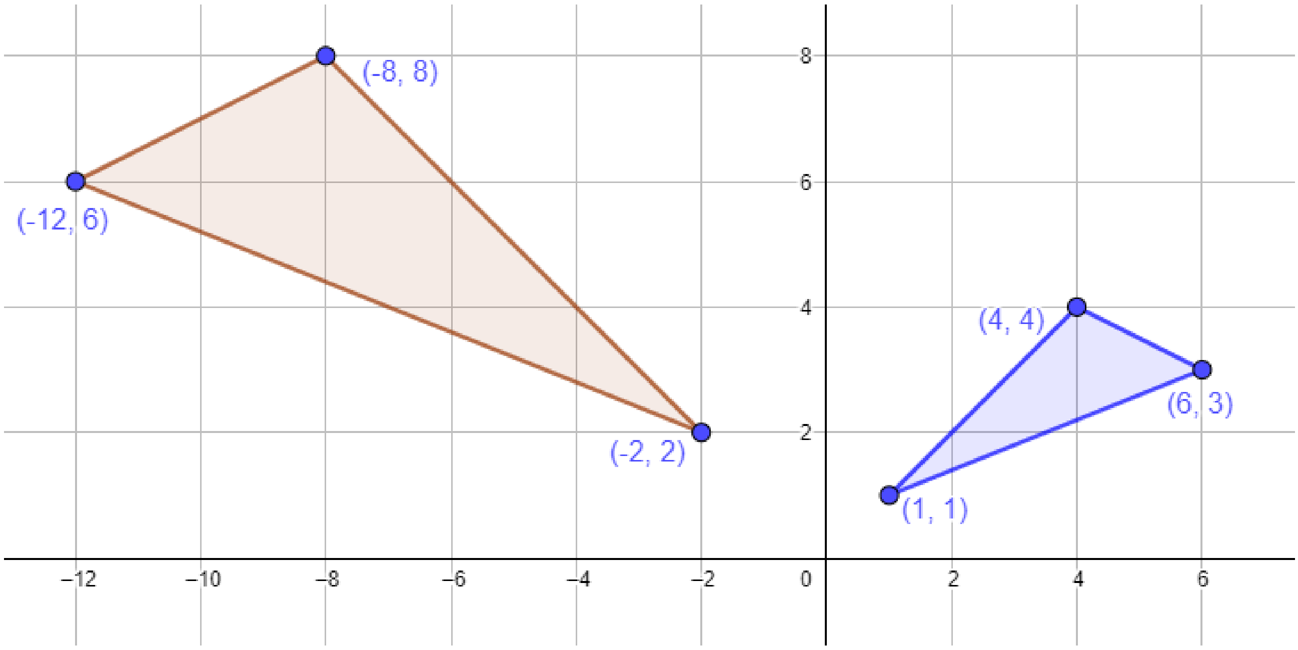
Exemplo de ampliação: A figura verde é uma ampliação com fator 2 da figura azul.



Exemplo de redução: A figura que está pintada é uma redução de fator 2 da figura que não está pintada.



Exemplo de reflexão: As figuras abaixo são reflexos uma da outra em relação ao eixo y.



9. Um quadrado foi representado em um plano cartesiano, e seus vértices têm as seguintes coordenadas: (– 1, – 1), (– 1, – 5), (– 5, – 1) e (– 5, – 5).

a) Em que quadrante esse quadrado está desenhado?

R. No terceiro quadrante.

b) Descreva o que ocorre com esse quadrado quando se multiplicam todas as coordenadas de seus vértices por – 2.

R. Esse quadrado será refletido no primeiro quadrante com um aumento de fator 2.

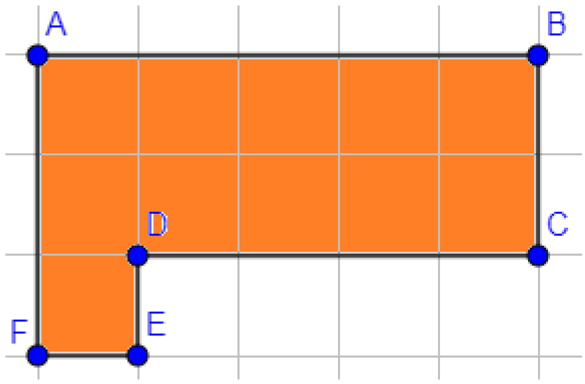
c) Descreva o que acontece com esse quadrado quando se multiplicam todas as abscissas de seus pontos por – 1. Quais serão as coordenadas dos vértices do quadrado obtido?

R. Esse quadrado será refletido no 4° quadrante.

d) Descreva o que acontece com esse quadrado quando se multiplicam todas as ordenadas de seus pontos por – 1. Quais serão as coordenadas dos vértices desse quadrado?

R. Esse quadrado será refletido no 2° quadrante.

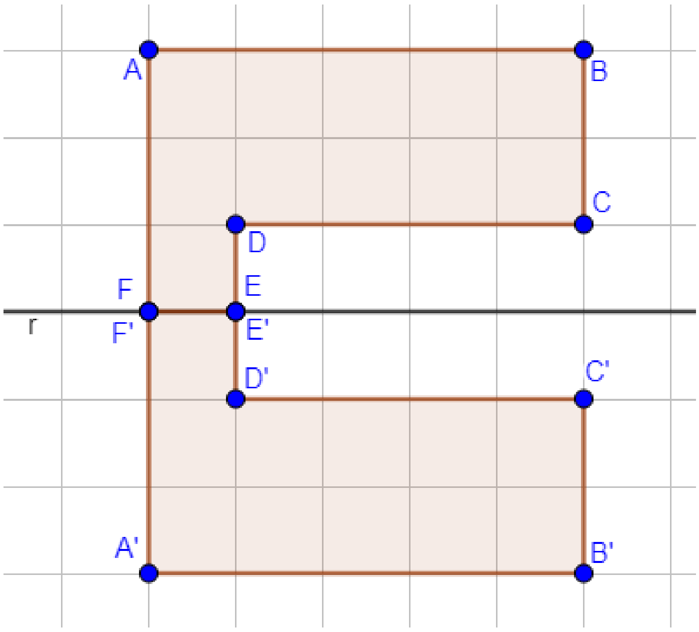
10. Reproduza a figura a seguir na folha e faça o que se pede.



No polígono ABCDEF:

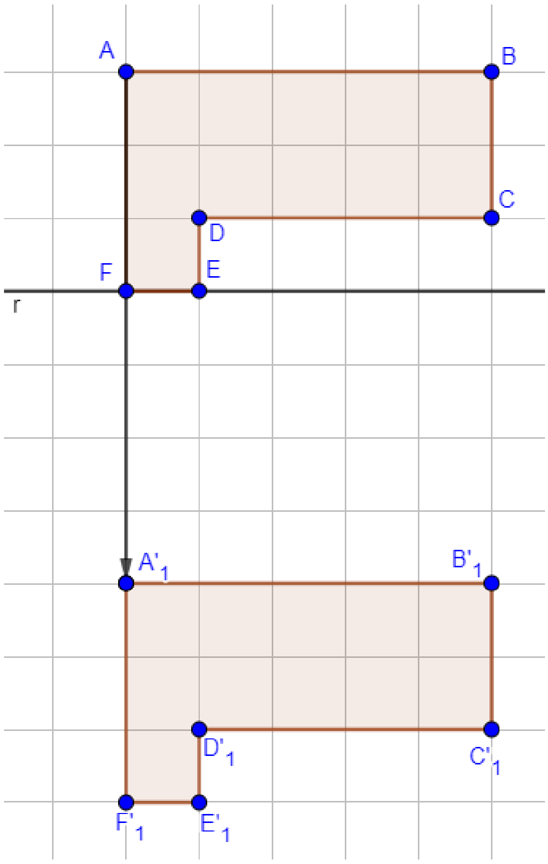
a) Desenhe uma figura simétrica por reflexão em relação à reta que passa pelos vértices E e F.

R.



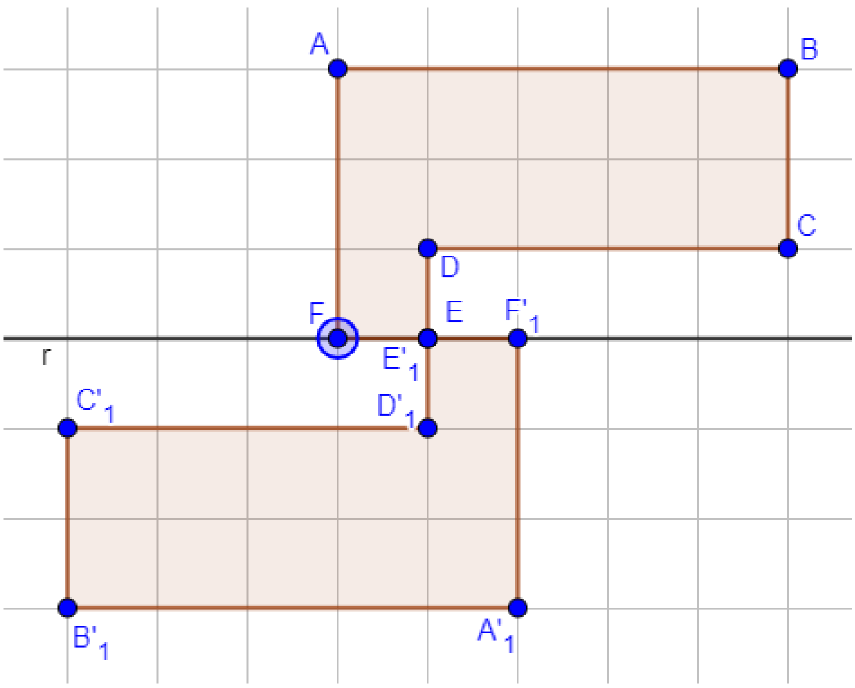
b) Desenhe uma figura simétrica por uma translação na direção vertical de cima para baixo com a distância 4.

R.



c) Desenhe uma figura simétrica por uma rotação de 180° no sentido anti-horário com centro no ponto E

R.



Gabarito de Matemática

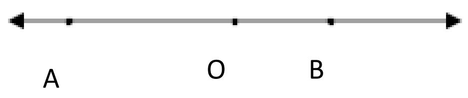
7º ano, Volume 7

Lição 97 – Ângulos

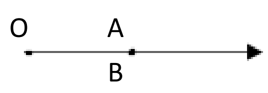
1. Quais são as possíveis relações entre duas semirretas? Represente-as graficamente (faça o desenho de cada relação).

R. Duas semirretas podem ser colineares (opostas ou coincidentes) ou não colineares.

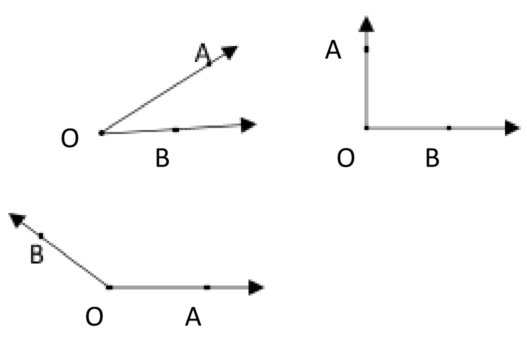
- Colineares e Opostas:



- Colineares e Coincidentes:



- Não Colineares:



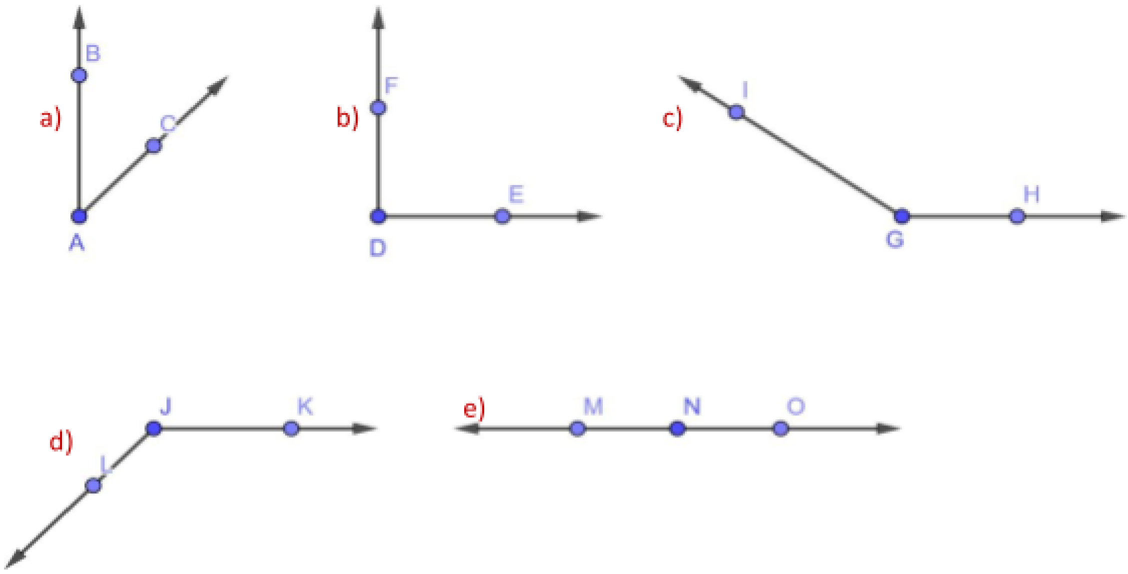
2. Qual é a diferença entre uma região convexa e uma região côncava?

R. Uma região convexa é delimitada por dois segmentos de reta não colineares e de mesma origem, é a região que dados dois pontos distintos, contém o segmento de reta. Já a região côncava é o contrário, não contendo o segmento.

3. Qual é o significado da palavra "ângulo"? Qual é a relação entre o significado e o conceito matemático de ângulo?

R. A palavra ângulo significa "esquina, canto, dobra". De acordo com a definição de ângulo, que diz que ângulo é a união de todos os pontos de uma região delimitada por duas semirretas de mesma origem, a relação que se estabelece com o significado da palavra é devido as semirretas formarem um canto no ponto angular, denominado ângulo.

4. Diga quais são os lados e o vértice dos ângulos abaixo e dê seus nomes:



R. a) Lados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$, Vértice A, Ângulo agudo.

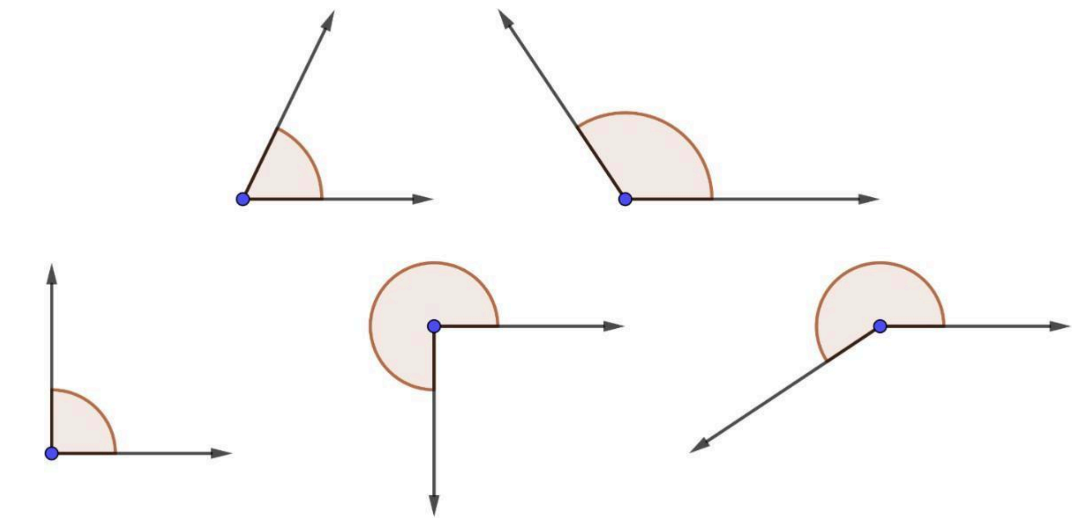
b) Lados $\overrightarrow{DF}$ e $\overrightarrow{DE}$, Vértice D, Ângulo reto.

c) Lados $\overrightarrow{GI}$ e $\overrightarrow{GH}$, Vértice G, Ângulo obtuso.

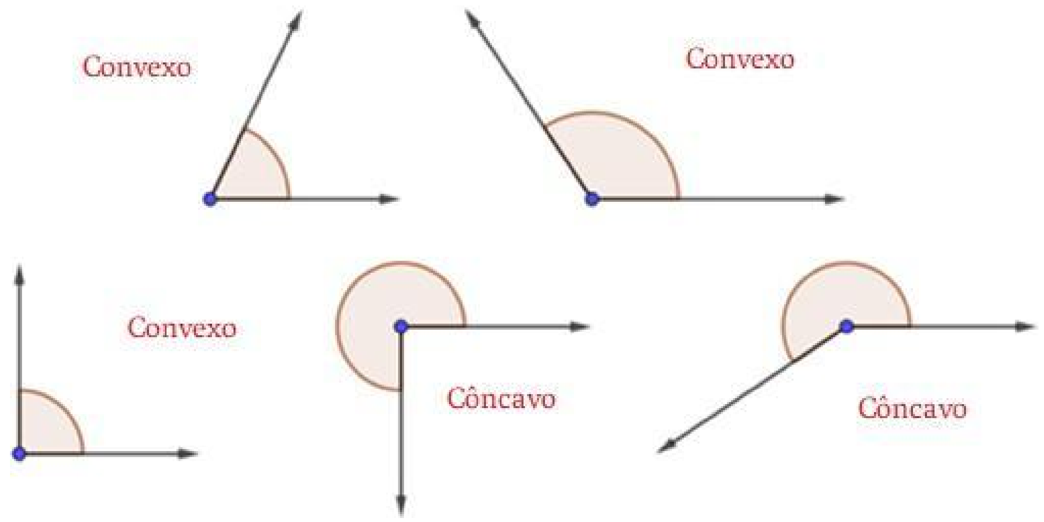
d) Lados $\overrightarrow{JL}$ e $\overrightarrow{JK}$, Vértice J, Ângulo côncavo.

e) Lados $\overrightarrow{NM}$ e $\overrightarrow{NO}$, Vértice N, Ângulo raso.

5. Um estudante de matemática decidiu medir alguns ângulos. Em cada exemplo, classifique se o ângulo medido é convexo ou côncavo.



R.



Lição 98 – Medida e classificação dos ângulos

1. Qual é a unidade de medida utilizada para medir os ângulos? Como esta unidade foi inventada e estabelecida?

R. A unidade de medida utilizada para medir ângulos é denominada grau. Essa unidade foi inventada pelo povo babilônico, o qual dividiu uma circunferência em 360 partes iguais, ficando estabelecido esse valor por apresentar diversos divisores.

2. Encontre todos os divisores de 360°.

R. Os divisores de 360° são: 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, 8°, 9°, 10°, 12°, 15°, 18°, 20°, 24°, 30°, 36°, 40°, 45°, 60°, 72°, 90°, 120°, 180°, 360°.

3. Responda:

a) Se uma circunferência fosse dividida em 18 partes iguais, quantos graus teriam os ângulos?

R. $\frac{360°}{18} = 20°$

b) Se uma circunferência fosse dividida em 24 partes iguais, quantos graus teriam os ângulos?

R. $\frac{360°}{24} = 15°$

c) Se uma circunferência fosse dividida em 180 partes iguais, quantos graus teriam os ângulos?

R. $\frac{360°}{180} = 2°$

d) Se uma circunferência fosse dividida em 360 partes iguais, quantos graus teriam os ângulos?

R. $\frac{360°}{360} = 1°$

4. Complete as frases abaixo:

a) Entre duas semirretas opostas o ângulo mede…

R. 180°.

b) Retas que dividem o espaço em quatro regiões de mesma medida são chamadas …

R. Perpendiculares.

c) Retas perpendiculares determinam quatro ângulos de ...

R. 90°.

5. Classifique as sentenças em verdadeiras (v) ou falsas (f). Corrija as sentenças falsas:

a) Ângulo reto é todo ângulo que mede 90°.

R. Verdadeira.

b) Ângulo agudo é todo ângulo maior que 90°.

R. Falso. Ângulo agudo é todo ângulo menor que 90°.

c) Todo ângulo agudo é menor que um ângulo obtuso.

R. Verdadeiro.

d) Todo ângulo côncavo é maior que um ângulo raso.

R. Verdadeiro.

e) Um ângulo de 360° também pode ser chamado de ângulo raso.

R. Falso. Um ângulo de 360° também pode ser chamado de ângulo cheio.

6. Classifique os ângulos a seguir como agudos, obtusos ou côncavos:

a) 40°

R. Agudo.

b) 107°

R. Obtuso.

c) 119°

R. Obtuso.

d) 75°

R. Agudo.

e) 310°

R. Côncavo.

f) 50°

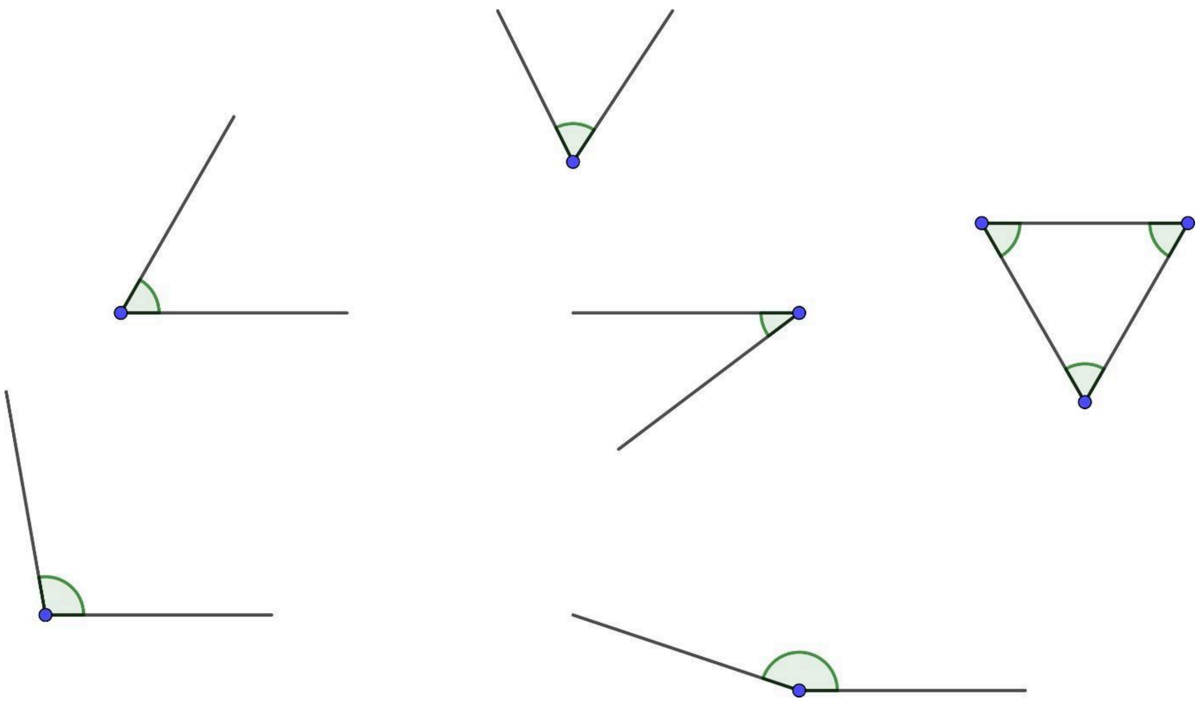
R. Agudo.

g) 100°

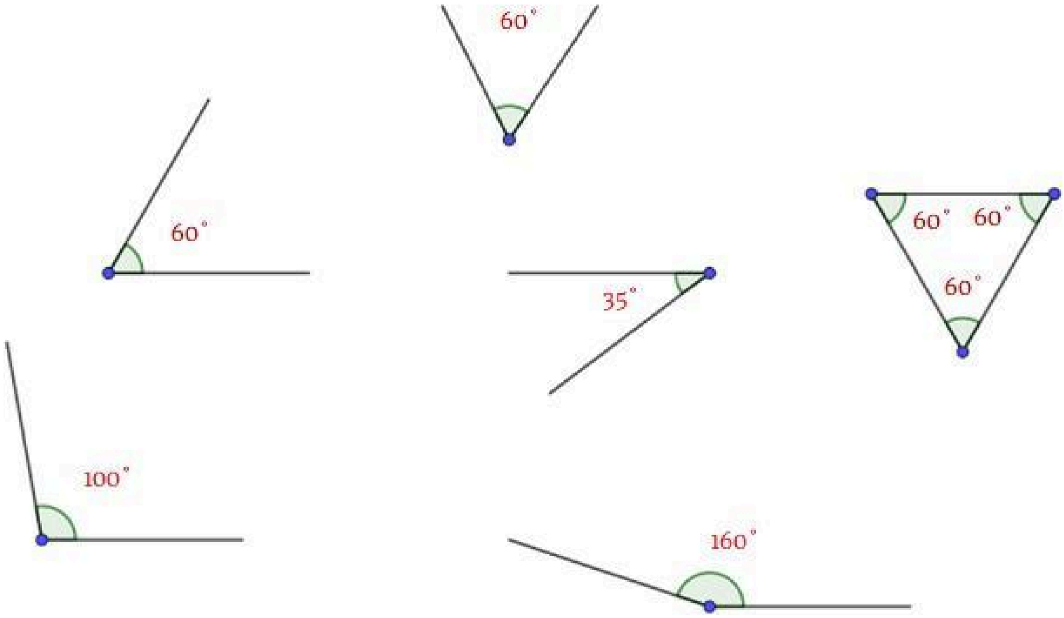
R. Obtuso.

Lição 99 – Medição e construção de um ângulo

1. Utilizando um transferidor, meça os ângulos convexos a seguir:



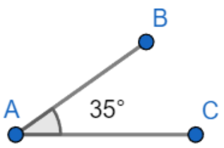
R.



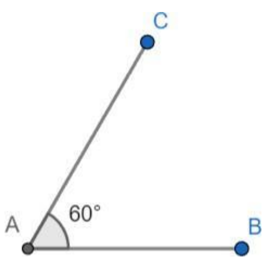
2. Utilizando o transferidor, construa os seguintes ângulos:

a) 35°

R.

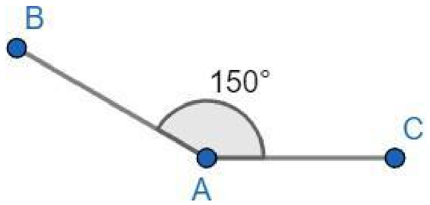


b) 60° R.



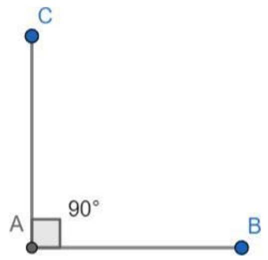
c) 1

50° R.



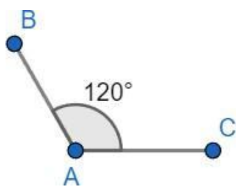
d) 9

0° R.



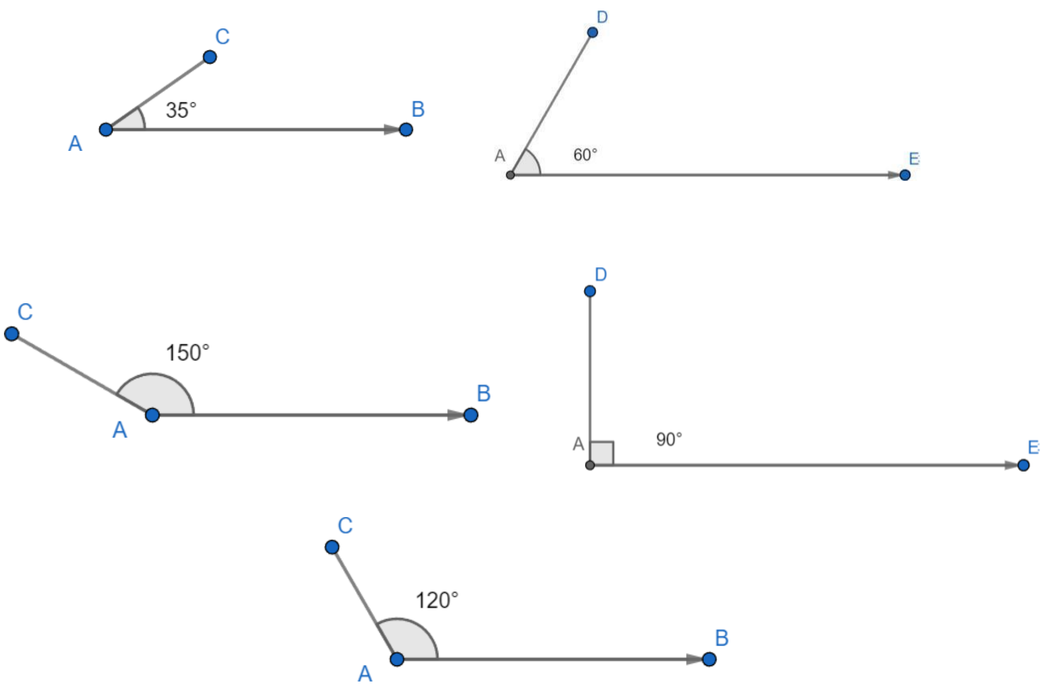
e) 1

20° R.



3. Desenhe cinco retas em seu caderno. Em cada uma delas transporte os ângulos desenhados acima.

R.



Lição 100 – Ângulos congruentes, consecutivos e adjacentes

1. Defina ângulos congruentes.

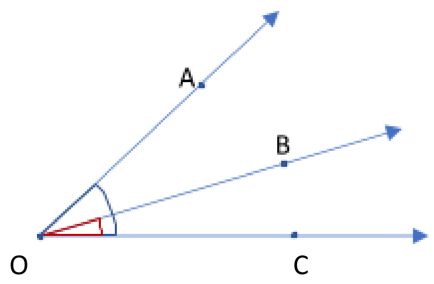
R. Dois ângulos α e β são ditos congruentes se possuem a mesma medida.

2. Encontre e escreva cinco exemplos de ângulos congruentes em nosso cotidiano.

R. Resposta pessoal.

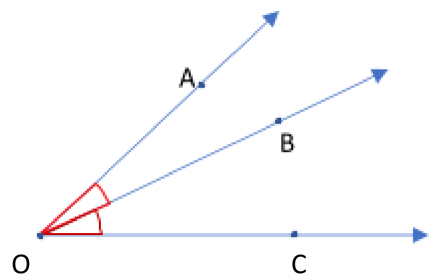
3. Defina o que são ângulos consecutivos e dê dois exemplos.

R. Dois ângulos α e β são ditos consecutivos se um de seus lados é comum.
Exemplo: AÔC e BÔC são consecutivos, assim como AÔB e BÔC.

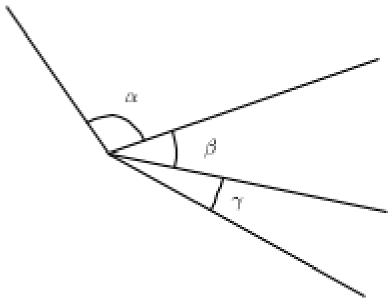


4. Defina o que são ângulos adjacentes e dê dois exemplos.

R. Dois ângulos α e β são ditos adjacentes se um de seus lados é comum e se não possuem pontos internos em comum. Exemplo: AÔB e BÔC são adjacentes.

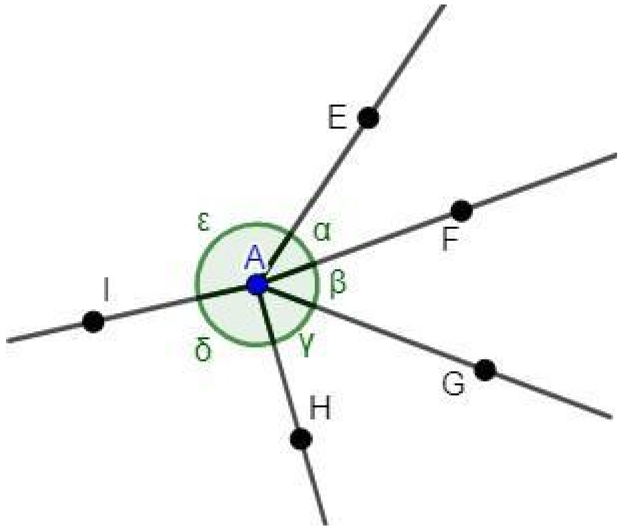


5. O ângulo α, indicado na figura, é adjacente a quantos ângulos?



R. O ângulo α é adjacente a um ângulo, o ângulo β.

6. Responda e justifique se os ângulos são consecutivos:



a) *EAF* e F*AG*

R. São consecutivos, pois possuem o lado $\overrightarrow{AF}$ em comum.

b) *EAF* e G*AH*

R. Não são consecutivos, pois não possuem lados iguais.

c) *E AG* e H*AI*

R. Não são consecutivos, pois não possuem lados iguais.

d) *FAI* e F*AG*

R. São consecutivos, pois possuem o lado $\overrightarrow{AG}$ em comum, e FÂG está contido em FÂI.

e) *F AH* e I*AE*

R. Não são consecutivos, pois não possuem lados iguais.

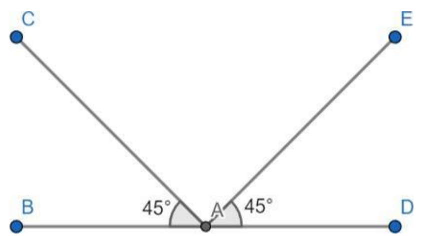
f) GAI e EAG

R. São consecutivos, pois possuem o lado $\overrightarrow{AG}$ em comum.

7. Complete as frases e dê exemplos:

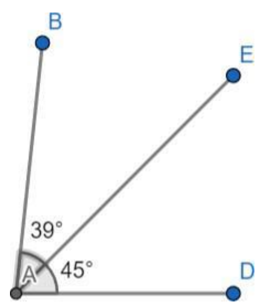
a) Dois ângulos são congruentes quando…

R. Possuem o mesmo valor. Exemplo: CÂE é congruente a EÂD.



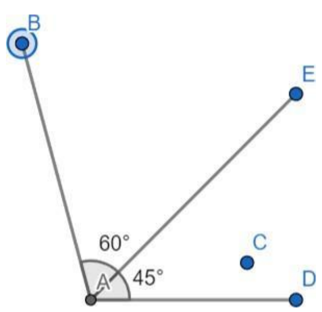
b) Dois ângulos são consecutivos quando…

R. Possuem um lado em comum. Exemplo: BÂE é consecutivo a EÂD.



c) Dois ângulos são adjacentes quando…

R. Possuem um lado em comum e não possuem pontos internos em comum. Exemplo: BÂE e EÂD são adjacentes.



Lição 101 – Ângulos complementares e suplementares

1. Defina ângulos complementares e dê dois exemplos.

R. Dois ângulos α e β são ditos complementares se o resultado da soma dos dois é igual a 90°. Exemplo: 50˚ e 40˚ são complementares, assim como 60˚ e 30˚.

2. Defina ângulos suplementares e dê dois exemplos.

R. Dois ângulos α e β são ditos suplementares se o resultado da soma dos dois é igual a 180°. Exemplos: 120˚ e 60˚ são suplementares, assim como 150˚ e 30˚.

3. Encontre o valor dos ângulos:

a) Dois ângulos são complementares e um deles mede 30°.

R. $30° + \alpha = 90°$, portanto: $\alpha = 90° - 30° = 60°$.

b) Dois ângulos são complementares e um deles mede 63°.

R. $63° + \alpha = 90°$, portanto: $\alpha = 90° - 63° = 27°$.

c) Dois ângulos são complementares e um deles mede 42°.

R. $42° + \alpha = 90°$, portanto: $\alpha = 90° - 42° = 48°$.

d) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 128°.

R. $\beta + 128° = 180° \Rightarrow$ $\beta = 180° - 128° \Rightarrow$ $\beta = 52°$.

e) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 153°.

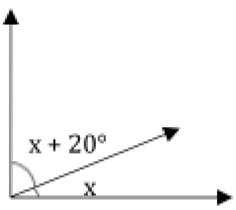
R. β +153° = 180° => β = 180°- 153° => β = 27° .

f) Dois ângulos são suplementares e um deles mede 50°.

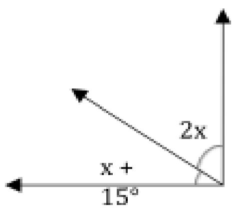
R. β +50° = 180° => β = 180°- 50° => β = 130°.

4. Calcule *x* sabendo que os ângulos são complementares:

a)



b)

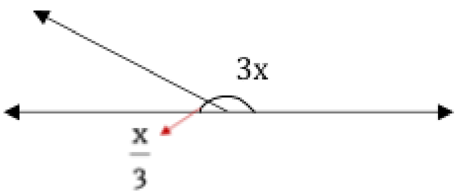


R. a) $x+ 20°+ x = 90° \Rightarrow 2x = 90°- 20° \Rightarrow x = \frac{70°}{2} \Rightarrow x = 35°$.

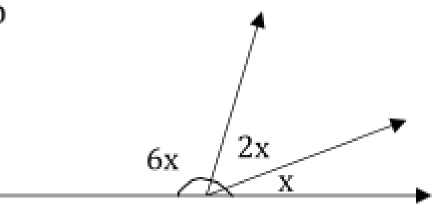
b) $2x+ x+ 15° = 90° \Rightarrow 3x = 90°- 15° \Rightarrow x = \frac{75°}{3} \Rightarrow x = 25°$.

5. Calcule *x*, sabendo que os ângulos são suplementares:

a)



b
)



R. a) $3x+ \frac{x}{} = 180° \Rightarrow \frac{3x}{} + \frac{x}{} = 180° \Rightarrow \frac{9x+ x}{} = 180° \Rightarrow 10x = 180° * 3 \Rightarrow x = \frac{540°}{} = 54°$.

3 1 3 3 10

b) $6x + 2x + x = 180° \Rightarrow 9x = 180° \Rightarrow x = \frac{180°}{9} \Rightarrow x = 20°$.

6. Encontre a solução:

a) Dois ângulos são complementares e congruentes. Quanto medem?

R. 45°, pois 45°+ 45°= 90°.

b) Dois ângulos são suplementares e congruentes. Quanto medem?

R. 90°, pois 90°+ 90°= 180°.

c) Quanto mede um ângulo cuja medida é a soma de um ângulo raso e um ângulo reto? Qual é a relação entre esse ângulo e o ângulo reto?

R. 270°, pois 180°+ 90°= 270°. Se somados, 270° e 90°, resulta no ângulo cheio.

d) Se dois ângulos são suplementares e um deles é agudo, o outro precisa ser, obrigatoriamente, ...?

R. Obtuso, pois ângulo agudo é menor que 90°, portanto o outro precisa ser maior que 90° para que a soma resulte em 180°.

e) Se dois ângulos são suplementares e um deles é reto, o outro precisa ser, obrigatoriamente,...?

R. Reto, pois 180° – 90° = 90°.

e) Entre dois ângulos complementares é possível que um deles seja obtuso?

R. Não, pois ângulo obtuso pressupõe ser maior que 90°.

f) A diferença entre um ângulo raso e um ângulo reto resulta em um ângulo...?

R. Reto, pois 180°- 90°= 90°.

g) O dobro de um ângulo raso resulta em um ângulo...?

R. Cheio, pois $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

Lição 102 – Retas

1. Quantas retas você pode traçar passando por um ponto de um plano?

R. Por um ponto passam infinitas retas.

2. Quantas retas você pode traçar passando por dois pontos distintos de um plano?

R. Por dois pontos distintos passa uma única reta.

3. Se a intersecção de duas retas de um mesmo plano é vazia, como podem ser essas duas retas?

R. Paralelas.

4. São dados três pontos A, B e C, não alinhados, de um plano. Quantas semirretas com origem em cada um desses pontos e passando por um dos outros pontos podem ser traçadas?

R. 6, as semirretas $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$.

5. Usando as palavras *ponto, reta* ou *plano*, escreva a ideia que você tem quando vê:

   a) uma estrela no céu

   R. Ponto.

   b) um barbante bem esticado

   R. Reta.

c) um campo de futebol

R. Plano.

d) uma porta de geladeira

R. Plano.

e) a marca de giz na lousa

R. Ponto.

f) o encontro de duas paredes

R. Reta.

g) a superfície de um lago

R. Plano.

h) um furo de compasso na folha de papel

R. Ponto.

i) uma página da apostila de Matemática

R. Plano.

j) um fio bem esticado entre dois postes

R. Reta.

k) uma pequena mancha no chão

R. Ponto.

l) a lousa da sala de aula

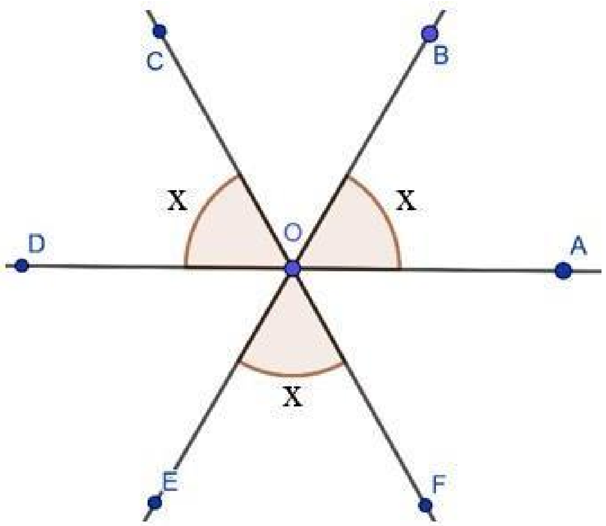
R. Plano.

Lição 103 – Ângulos opostos pelo vértice

1. Explique por que dois ângulos O.P.V. são congruentes.

R. Porque ambos possuem o mesmo ângulo suplementar, sendo assim, necessariamente são iguais.

2. No desenho abaixo, os ângulos AÔB, CÔD, EÔF são iguais e medem x. Determine o valor de cada um deles. (Dica: lembre-se do teorema dos ângulos O.P.V.)



R. Pelo teorema, temos que CÔB ≡ EÔF, DÔC ≡ AÔF e BÔA ≡ DÔE, portanto, temos que 180 = 6x, assim, $x = \frac{180^\circ}{6}$ => x=60°.

6

3. Classifique como verdadeiro (v) ou falso (f):

a) Dois ângulos consecutivos são adjacentes.

R. Falso.

b) Dois ângulos O.P.V. são adjacentes.

R. Falso.

c) Dois ângulos suplementares são adjacentes.

R. Falso.

d) Dois ângulos adjacentes são sempre consecutivos.

R. Verdadeiro.

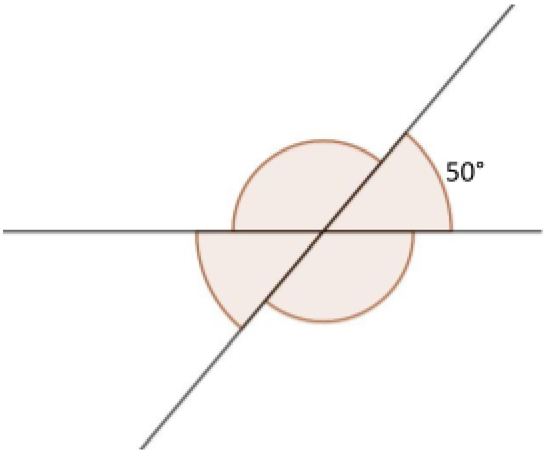
e) Dois ângulos opostos pelo vértice não são consecutivos.

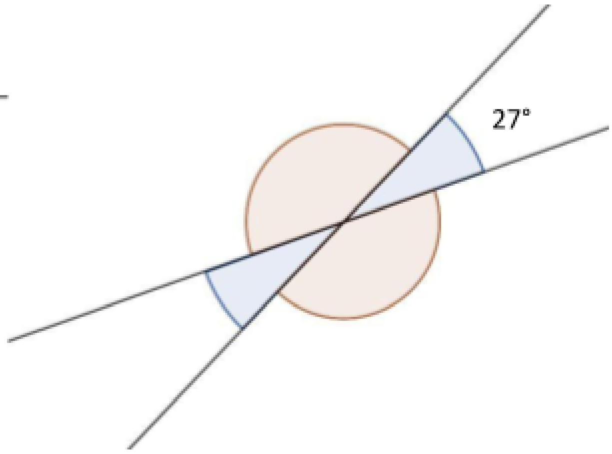
R. Verdadeiro

f) A diferença entre um ângulo obtuso e um ângulo agudo é sempre um ângulo agudo.

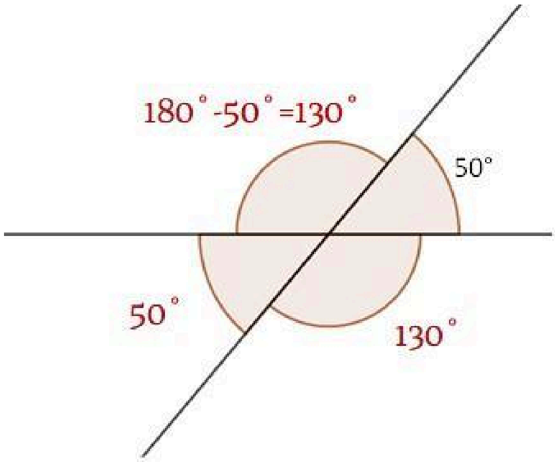
R. Verdadeiro.

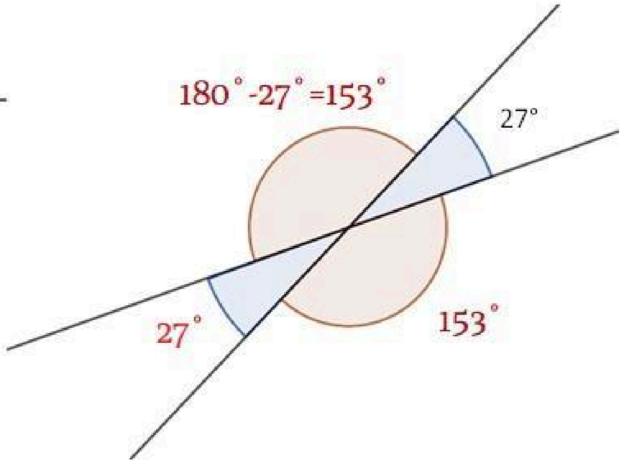
4. Determine a medida dos ângulos que faltam:





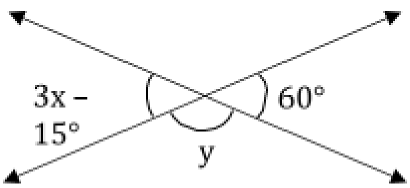
R.



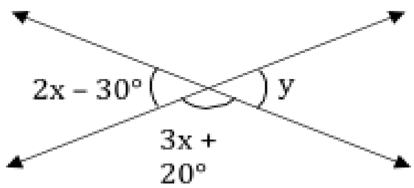


5. Calcule x e y:

a)



b)



R. a) Pelo teorema dos ângulos O.P.V., temos:

$3x - 15° = 60° \Rightarrow 3x = 60° + 15° \Rightarrow x = \frac{75°}{3} \Rightarrow x = 25°$, e, sendo y suplementar a 60°, temos:

$y + 60° = 180° \Rightarrow y = 180° - 60° \Rightarrow y = 120°$

b) Sendo 2x - 30° suplementar a 3x + 20°, podemos determinar x:

$2x - 30° + 3x + 20° = 180° \Rightarrow 5x - 10° = 180° \Rightarrow$

$5x = 180° + 10°$

$\Rightarrow x = \frac{190°}{5} \Rightarrow x = 38°$.

Assim, pelo teorema dos ângulos O.P.V., temos que:

$2x - 30° = y \Rightarrow 2 * 38° - 30° = y \Rightarrow y = 76° - 30° \Rightarrow y = 46°$

Lição 104 – Ângulos alternos

1. A respeito das propriedades dos ângulos alternos internos e externos, assinale a alternativa correta:

   a) Ângulos alternos internos são adjacentes.

   b) Ângulos alternos internos são suplementares.

   c) Ângulos adjacentes são congruentes.

   d) Ângulos alternos externos são suplementares.

   e) Ângulos alternos externos são congruentes.

   R. Alternativa e.

2. Defina com suas palavras ângulos alternos internos.

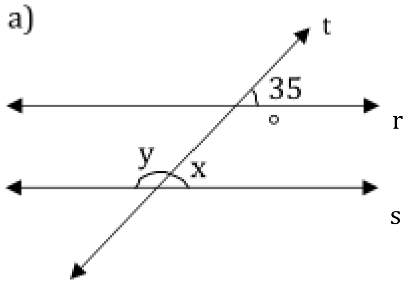
R. Ângulos alternos internos são pares de ângulos não adjacentes que estão em lados opostos em relação à reta transversal, e na região interna das retas paralelas.

3. Defina com suas palavras ângulos alternos externos.

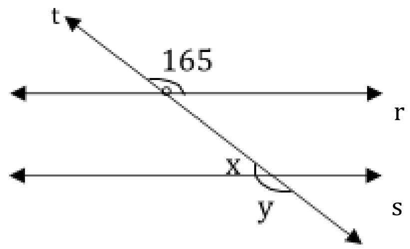
R. Ângulos alternos externos são pares de ângulos não adjacentes que estão em lados opostos em relação à reta transversal, e na região externa das retas paralelas.

4. Sabendo que r//s, determine os ângulos indicados pelas letras:

a)



b)



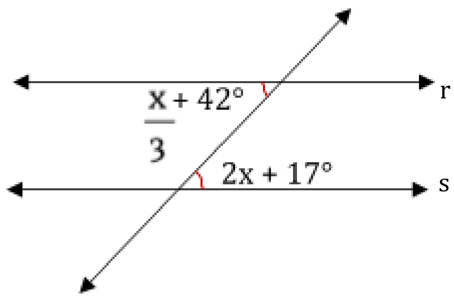
R. a) Pela definição de alternos externos, temos que o ângulo O.P.V. de x, vale 35˚, portanto, temos que x = 35˚. Como x e y são suplementares, temos:

x+y = 180° => 35°+y = 180° => y = 180°- 35° => y = 145°.

b) Pela definição de alternos externos, temos que y = 165˚, sabemos, também, que x e y são suplementares, portanto, temos:

x+y = 180° => x+165° = 180° => x = 180°- 165° => x = 15°

5. Na figura ao lado, determine o valor de *x*, sabendo que r//s.



R. Sendo r//s, os ângulos destacados são alternos internos, portanto, são congruentes. Assim, temos:

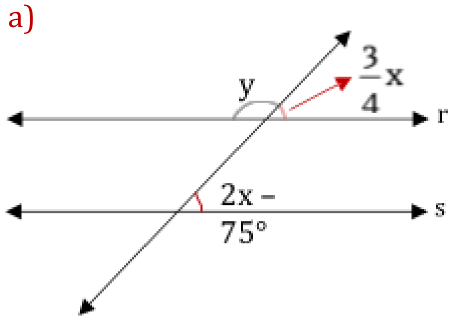
$\frac{x}{3} + 42° = 2x + 17° \Rightarrow 42° - 17° = 2x - \frac{x}{3} \Rightarrow 25° = \frac{3 * 2x - x}{3} \Rightarrow \frac{5x}{3} = 25° \Rightarrow 5x = 25° * 3$

$\Rightarrow x = \frac{75°}{5} \Rightarrow x = 15°$

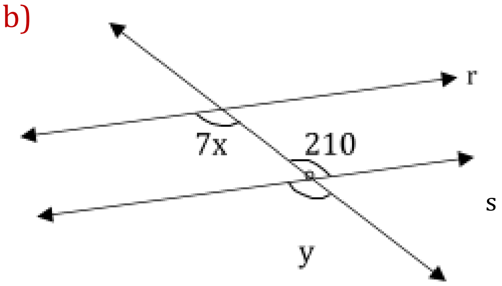
Lição 105 – Ângulos correspondentes

1. Em cada caso, determine o valor de *x* e *y*, sabendo que r//s.

a)



b)



R. a) Sendo 2x - 75° correspondente a $\frac{3}{4}x$, temos que:

$2x - 75° = \frac{3}{4}x \Rightarrow 2x - \frac{3}{4}x = 75° \Rightarrow \frac{4 * 2x - 3x}{4} = 75° \Rightarrow \frac{5x}{4} = 75° \Rightarrow 5x = 75° * 4 \Rightarrow$

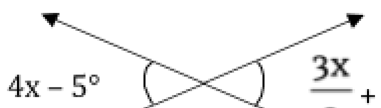
$\Rightarrow x = \frac{300°}{5} \Rightarrow x = 60°$

Dessa forma, como y e $\frac{3}{4}x$ são suplementares, obtemos:

$y + \frac{3}{4}x = 180° \Rightarrow y + \frac{3}{4} * 60° = 180° \Rightarrow y + 45° = 180° \Rightarrow y = 180° - 45° \Rightarrow y = 135°$.

b) Pelo teorema doa ângulos O.P.V., temos que y = 210°. Assim, sendo 210° alterno interno do ângulo 7x, obtemos que x vale: $7x = 210° \Rightarrow x = \frac{210°}{7} \Rightarrow x = 30°$.

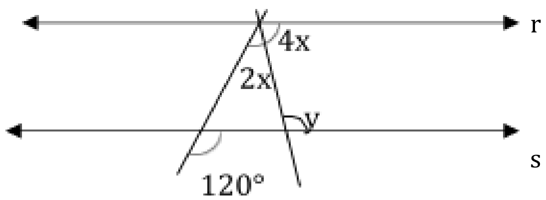
2. Determine a medida de *x*.



R. Pelo teorema dos ângulos O.P.V., temos:

$4x - 5° = \frac{3x}{2} + 37° \Rightarrow 4x - \frac{3x}{2} = 37° + 5° \Rightarrow \frac{2 * 4x - 3x}{2} = 42° \Rightarrow \frac{5x}{2} = 42° \Rightarrow 5x = 42° * 2 \Rightarrow x = \frac{84°}{5} \Rightarrow x = 16,8°$

3. Na figura seguinte, as retas *r* e *s* são paralelas. Qual é a medida do ângulo y?



a) 100°

b) 110°

c) 120°

d) 130°

e) 140°

R. Alternativa a.

Sendo, 120° e 6x correspondentes, temos que $x = \frac{120°}{6} = 20°$. Assim, y é suplementar a 4x: $y + 4x = 180° \Rightarrow y + 4 * 20° = 180° \Rightarrow y = 180° - 80° \Rightarrow y = 100°$.

4. (UFMA) Dois ângulos opostos pelo vértice medem (3x + 10°) e (x + 50°). Um deles mede:

a) 20°

b) 70°

c) 30°

d) 80°

e) 50°

R. Alternativa b.

Ângulos O.P.V. são congruentes, portanto:

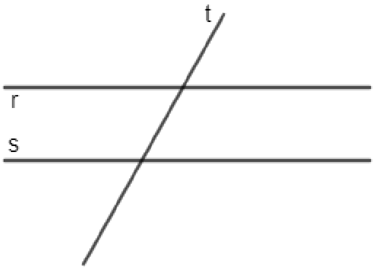
$3x + 10° = x + 50° \Rightarrow 3x - x = 50° - 10° \Rightarrow 2x = 40° \Rightarrow x = \frac{40°}{2} = 20°$, assim, o ângulo mede

$20^\circ+50^\circ=70^\circ$.

Lição 106 – Ângulos colaterais

1. O que são retas paralelas cortadas por uma transversal? Explique com suas palavras e desenhos.

R. São retas que não se cruzam, e possuem uma outra reta cortando-as em pontos distintos.

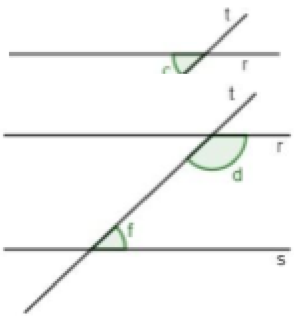


2. Defina ângulos colaterais.

R. Ângulos colaterais são pares de ângulos não adjacentes localizados no mesmo lado da reta transversal.

3. Quais são os ângulos colaterais internos? Faça duas retas paralelas cortadas por uma transversal e destaque os ângulos colaterais internos.

R. Os ângulos c e e são colaterais internos.



Os ângulos d e f são colaterais internos.

4. Qual é a relação entre dois ângulos colaterais?

R. São suplementares.

Lição 107 – Triângulos

1. Construa um triângulo equilátero.

R. 1º Com o auxílio de uma régua trace o segmento de reta $\overline{AB}$. O tamanho traçado será o tamanho dos lados do triângulo. Por isso, não deve ser muito grande.

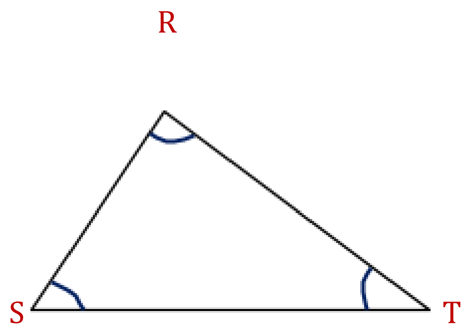
2º Fixe a ponta seca em uma das extremidades do segmento e abra o compasso até que o grafite chegue à outra extremidade do segmento. Este é o ato de medir um segmento utilizando um compasso.

3º Trace a circunferência.
4º Faça o mesmo processo com a ponta seca fixa em B e trace a nova circunferência. 5º As circunferências se interceptam em dois pontos: um acima do segmento e outro abaixo dele. Identifique um dos pontos por C e o outro por C'.

6º Perceba que o raio das duas circunferências é segmento $\overline{AB}$. Ora, perceba ainda que o centro da circunferência azul é o ponto A e o centro da circunferência vermelha é o ponto B. Por se tratar de uma circunferência, todos os pontos do perímetro da forma geométrica estão exatamente à mesma distância do centro. Portanto, B, C e C' estão todos à mesma distância de A; da mesma forma, A, C e C' estão todos à mesma distância de B. Traçando os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, portanto, tem-se o triângulo equilátero ΔABC; traçando os segmentos $\overline{AC'}$ e $\overline{BC'}$, tem-se o triângulo equilátero $\Delta ABC'$.

Portanto, $\overline{AB} \equiv \overline{AC} \equiv \overline{BC}$ e $\overline{AB} \equiv \overline{AC'} \equiv \overline{BC'}$.

2. Observe o triângulo e responda:



a) Quais são os vértices?

R. Os vértices são os pontos R, S e T.

b) Quais são os lados?

R. Os lados são: $\overline{SR}$, $\overline{ST}$ e $\overline{RT}$.

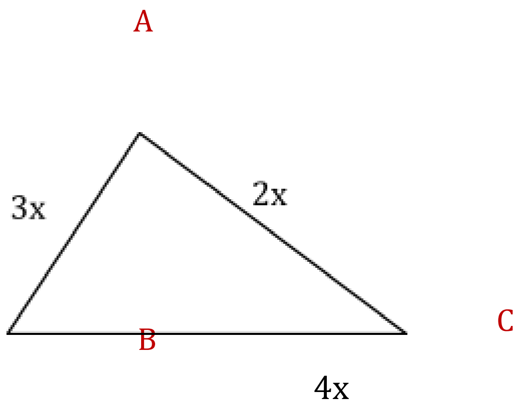
c) Quais são os ângulos?

R. Ŝ ou RŜT, R̂ ou SR̂T e T̂ ou ST̂R.

3. O perímetro de um triângulo é 23 cm. Dois lados medem, respectivamente, 6 cm e 8 cm. Calcule a medida do terceiro lado.

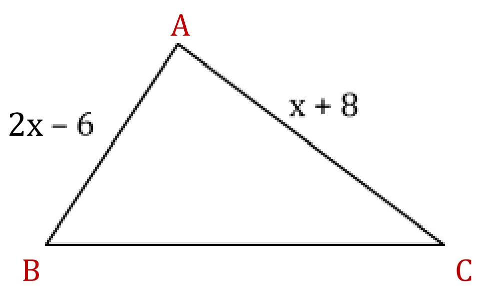
R. Sendo o perímetro igual a soma de todos os lados, temos: lado+6+8=23 => lado+14=23 => lado=23-14 => lado=9 cm.

4. Qual é o valor de *x* quando o perímetro é 45 cm?



R. 4x+3x+2x=45 => 9x=45 => x= $\frac{45}{9}$ => x=5 cm.

5. Na figura a seguir o triângulo ABC é isósceles e o lado com medida diferente é $\overline{BC}$. Calcule x.



R. Sendo BC o lado diferente do triangulo isósceles, temos que $AB \equiv AC$, portanto:

2x- 6 = x+ 8 => 2x- x = 8+6 => x = 14

6. Os lados de um triângulo medem 10 cm, 13 cm e 13 cm. Como se chama esse triângulo?

R. Isósceles.

7. Existe ou não um triângulo com lados medindo:

a) 3 cm, 4 cm e 5 cm?

R. Existe.

b) 6 cm, 9 cm e 18 cm?

R. Não existe, pois 6+9 não é maior que 18.

c) 2 cm, 4 cm e 6 cm?

R. Não existe, pois 2+6 não é maior que 6.

d) 4 cm, 6 cm e 8 cm?

R. Existe

8. Podemos construir um triângulo com segmentos de 4 cm, 5 cm e 9 cm? Por quê?

R. Não. Porque a propriedade da existência de triangulo não se verifica em 4+5 >9, onde obtemos 9 > 9, o que é falso.

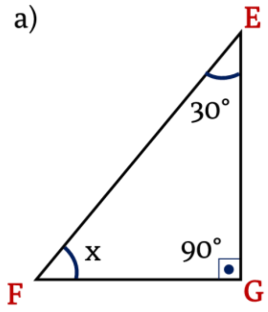
9. Dois lados de um triângulo isósceles medem 25 cm e 10 cm. Qual poderá ser a medida do terceiro lado?

R. 25 cm, pois sendo 25, se verifica a propriedade 25 + 10 > 25 => 35 > 25, o que não ocorre se o lado for igual a 10 cm, onde 10 + 10 > 25 => 20 > 25.

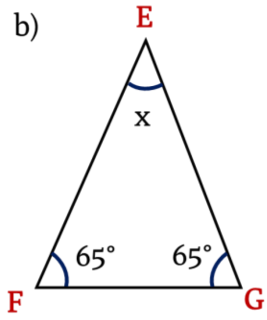
Lição 108 – Soma das medidas dos ângulos internos

1. Determine *x* em cada um dos triângulos:

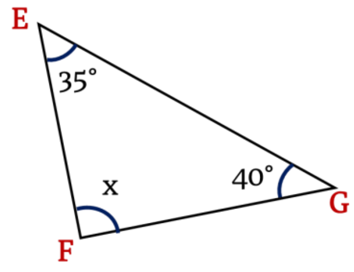
a)



b)



c)



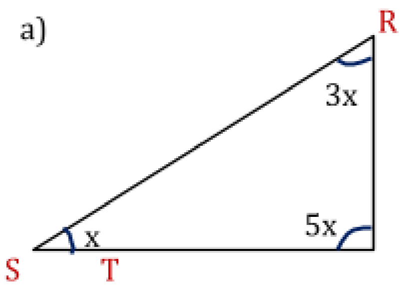
R. a) x+30°+90°= 180° => x+120°= 180° => x= 180°- 120° => x= 60° .

b) x+65°+65°= 180° => x+130°= 180° => x= 180°- 130° => x= 50° .

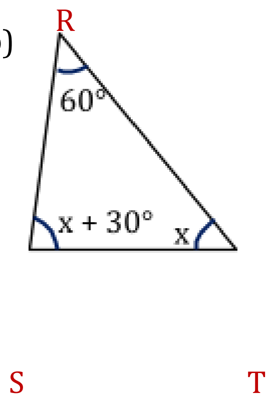
c) x+35°+ 40°= 180° => x+ 75°= 180° => x= 180°- 75° => x= 105°.

2. Determine *x* em cada um dos triângulos:

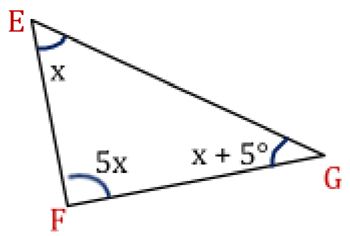
a)



b)



c)



R. a) x+ 3x+ 5x = 180° => 9x = 180° => x = => x = 20°

<u>180°</u>

9

b) x+ 30°+ x + 60° = 180° => 2x+ 90° = 180° => 2x = 180° - 90° => x = <u>90°</u> => x = 45°

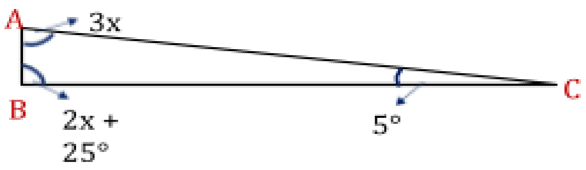
2

c) $5x + x + x + 5° = 180° \Rightarrow 7x + 5° = 180° \Rightarrow 7x = 180° - 5° \Rightarrow x = \frac{175°}{} \Rightarrow x = 25°$

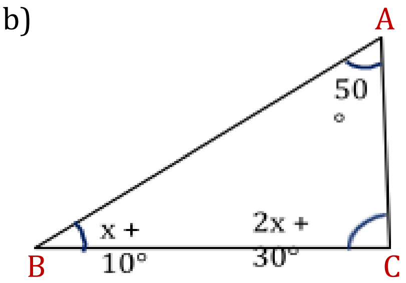
7

3. Determine *x* em cada um dos triângulos:

a)



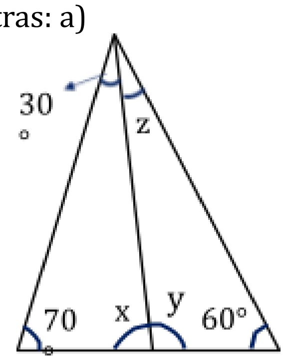
b)



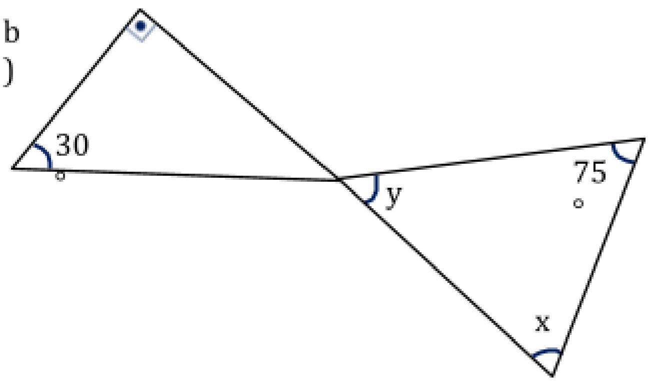
R. a) 3x+ 2x + 25°+ 5° = 180° => 5x+ 30° = 180° => 5x = 180° - 30° => x = $\frac{150°}{5}$ => x = 30°

b) x+ 10° + 2x + 30°+ 50° = 180° => 3x+ 90° = 180° => 3x = 180° - 90° => x = $\frac{90°}{3}$ => x = 30°

4. Calcule os ângulos indicados pelas letras: a)



b)



R. a) Triângulo grande: 70°+ 60°+ 30°+z = 180° => z+ 160° = 180° => z = 180°- 160° => z = 20°
Triângulo da esquerda: 70°+ 30°+ x = 180° => x+ 100° = 180° => x = 180°- 100° => x = 80°
Triangulo da direita: 60°+ 20°+ y = 180° => y+ 80° = 180° => y = 180°- 80° => y = 100°.

b) Pelo teorema dos ângulos O.P.V., o ângulo faltante no triangulo da esquerda é congruente ao ângulo y, assim, temos:

90°+30°+ y = 180° => y+120° = 180° => y = 180°- 120° => y = 60°. Portanto, no triangulo da direita: $60° + 75° + x = 180° \Rightarrow x + 135° = 180° \Rightarrow x = 180° - 135° \Rightarrow x = 45°$.

Lição 109 – Medidas dos ângulos internos de um polígono regular

1. O que são polígonos regulares?

R. Os polígonos regulares são polígonos que têm todos os ângulos com a mesma medida.

2. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono regular?

R. Como um pentágono pode ser dividido em 3 triângulos, a soma de seus ângulos internos é $3 \cdot 180° = 540°$.

3. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um retângulo?

R. Como um retângulo pode ser dividido em 2 triângulos, a soma de seus ângulos internos é $2 \cdot 180° = 360°$.

4. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um losango?

R. Como um losango pode ser dividido em 2 triângulos, a soma de seus ângulos internos é $2 \cdot 180° = 360°$.

5. Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um octógono regular?

R. Como um octógono pode ser dividido em 6 triângulos, a soma de seus ângulos internos é $6 \cdot 180° = 1080°$.

6. Qual é a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular?

R. $x = \frac{540°}{} = 108°$

7. Qual é a medida de cada ângulo interno de um octógono regular?

R. $x = \frac{1080°}{8} = 135°$

8. Qual é a medida de cada ângulo interno de um heptágono regular?

R. $x = \frac{900°}{7} = 128{,}57°$

Lição 100 – Ângulos externos

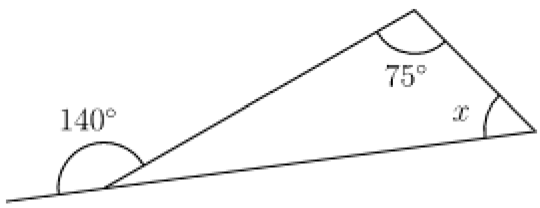
1. Defina com suas palavras o que é ângulo externo.

R. Um ângulo externo é a abertura entre o prolongamento de um lado de um polígono e o lado adjacente a ele.

2. Defina o teorema do ângulo externo.

R. <u>Teorema do ângulo externo</u>: fixado um triângulo, a medida de cada ângulo externo é igual à soma das medidas dos seus ângulos internos não adjacentes.

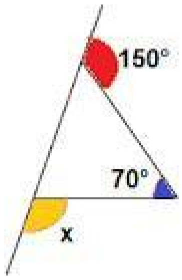
3. Calcule o valor x no triângulo abaixo.



R. $x + 75° = 140° \Rightarrow x = 140° - 75° \Rightarrow x = 65°$

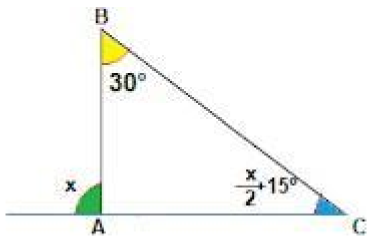
4. Calcule o valor de x:

a)



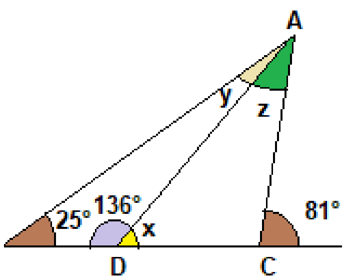
R. O ângulo adjacente ao ângulo de 150°, que é seu suplementar vale 30°, pois 150°+30°=180°. Assim, temos: 30°+ 70°= x => x= 100°.

b)



R. $x = 30° + \frac{x}{2} + 15° \Rightarrow x - \frac{x}{2} = 45° \Rightarrow \frac{2x - x}{2} = 45° \Rightarrow x = 45° * 2 \Rightarrow x = 90°$

5. Determine as medidas x, y e z indicadas na figura abaixo.



R. No triangulo ABD, temos:

25°+136°+y = 180° => y+161°= 180° => y = 180°- 161° => y = 19° .

Sendo x suplementar a 136˚, obtemos: 136°+x= 180°=> x= 180°- 136°=> x= 44°. Assim, pelo teorema do ângulo externo:

25°+19°+z = 81° => z+ 44°= 81° => z = 81°- 44° => z = 37°.

Lição 111 – Circunferência

1. Defina:

   a) Circunferência.

R. Circunferência é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que distam igualmente de um ponto fixo desse plano.

   b) Raio.

R. Qualquer segmento que une o centro a um ponto da circunferência se chama raio.

   c) Diâmetro.

R. A corda que passa pelo centro da circunferência chama-se diâmetro, onde a corda é um segmento que une dois pontos distintos da circunferência. O diâmetro é a maior corda da circunferência.

Lição 112 – Número Pi

1. Usando o valor de 3,14 para π, calcule o comprimento de uma circunferência cujo raio mede:

   a) 10 cm

R. $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \frac{\text{Circunferência}}{2 * \text{Raio}} = \pi \Rightarrow \frac{C}{2 * 10}$

$= 3,14 \Rightarrow C = 3,14 * 20 \Rightarrow C = 62,8$

cm.

b) 4,5 cm

R. $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \frac{\text{Circunferência}}{2 * \text{Raio}} = \pi \Rightarrow \frac{C}{2 * 4,5} = 3,14 \Rightarrow C = 3,14 * 9 \Rightarrow C = 28,26$ cm.

c) 9 cm

R. $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \frac{\text{Circunferência}}{2 * \text{Raio}} = \pi \Rightarrow \frac{C}{2 * 9} = 3,14 \Rightarrow C = 3,14 * 18 \Rightarrow C = 56,52$ cm.

d) 0,
45 cm R.

$\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \frac{\text{Circunferência}}{2 * \text{Raio}} = \pi \Rightarrow \frac{C}{2 * 0,45} = 3,14 \Rightarrow C = 3,14 * 0,9 \Rightarrow C = 2,826$ cm.

2. Um pneu mede 60 cm de diâmetro e π= 3,14 . Qual será, aproximadamente, o comprimento da circunferência desse pneu em metros?

R. $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \pi \Rightarrow \frac{C}{0,6} = 3,14 \Rightarrow C = 3,14 * 0,6 \Rightarrow C = 1,884$m.

3. Sabendo que o comprimento de uma circunferência é 87,92 m, determine o diâmetro dessa circunferênca, considerando π = 3,14.

R. $\frac{\text{Circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \pi \Rightarrow \frac{87,92}{D} = 3,14 \Rightarrow 87,92 = 3,14 * D \Rightarrow \frac{87,92}{3,14} = D \Rightarrow D = 28$ cm.

Gabarito de Matemática

7º ano, Volume 8

Lição 113 - Unidade de medida de comprimento

1. No sistema métrico decimal, qual é a unidade de comprimento mais adequada para medir:

   a) a distância entre duas cidades? R: Quilômetro.

   b) a altura de uma pessoa? R: Metro.

   c) o comprimento de um caderno? R: Centímetro.

   d) o comprimento da maçaneta na porta? R: Milímetro.

2. Qual é a unidade de medida para comprimento? Como são definidos os múltiplos e submúltiplos desta unidade de medida (isto é, como esses múltiplos e submútiplos se relacionam com a unidade de medida-padrão)?

R: A unidade de medida de comprimento é o metro. Seus múltiplos e submúltiplos variam de acordo com a tabela:

Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm
Metro x 1.000	Metro x 100	Metro x 10	1 m	Metro : 10	Metro : 100	Metro : 1.000
1 000 metros	100 metros	10 metros	1 m	0,1 metro	0,01 metro	0,001 metro

3. Dê a equivalência:

a) 4,5 m equivalem a quantos km?

R: $4{,}5m = \frac{4{,}5}{1.000} km = 0{,}0045km.$

b) 18 km equivalem a quantos cm?

R: 18 km = 18 · 100.000 cm = 180.000 cm.

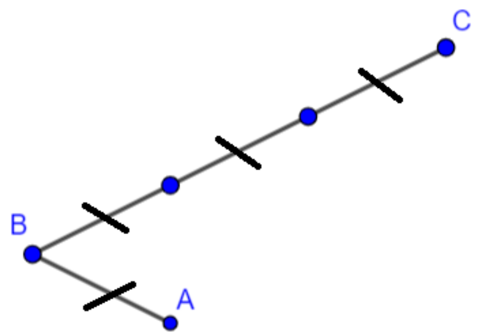
c) 82,3 mm equivalem a quantos m? R: $82{,}3 \text{ mm} = \frac{82{,}3}{1.000} \text{ m} = 0{,}0823$ m.

d) 145 dam equivalem a quantos dm? R: 145 dam = 145 ·100 dm = 14.500 dm.

e) 89 km equivalem a quantos m? R: 89 km = 89 · 1.000 m = 89.000 m.

f) 52 hm equivalem a quantos dm? R: 52 hm = 52 · 1.000 dm = 52.000 dm.

4. A distância do ponto A ao ponto B é de 1,4 km. Nessas condições, qual é a distância do ponto B ao ponto C em metros?



R: Como cada segmento possui 1,4 km de comprimento, e todos têm o mesmo comprimento, a distância de B até C é três vezes maior que de B até A:

$$BC = 3 \cdot BA \Rightarrow BC = 3 \cdot 1{,}4 = 4{,}2 \text{ km}.$$

5. Preencha os parênteses com os valores corretos.

a) 145 m = (0,145) km.

b) 0,18 km = (1,8) hm.

c) 7,53 dm = (753) mm.

d) 89,11 dm = (891,1) cm.

e) 0,046 dam = (0,46) m.

f) 87,875 hm = (878.750) mm.

g) 0,009 cm = (0,09) mm.

Lição 114 - Unidade de medida de superfície

1. Quais são os múltiplos do metro quadrado? Dê os valores correspondentes de cada múltiplo do metro quadrado em relação a 5 m^2.

R: Os múltiplos de metro quadrado são Decâmetro quadrado (dam^2), Hectômetro quadrado (hm^2) e Quilômetro quadrado (km^2). 5 m^2 equivale a 0,05 dam^2, 0,0005 hm^2 e 0,000005 km^2.

2. Quais são os submúltiplos do metro quadrado? Dê os valores correspondentes de cada submúltiplo do metro quadrado em relação a 0,5 m^2.

R: Os submúltiplos do metro quadrado são Decímetro quadrado (dm^2), Centímetro quadrado (cm^2) e Milímetro quadrado (mm^2). 0,5 m^2 equivale a 50 dm^2, 5.000 cm^2 e 500.000 mm^2.

3. Reponda:

a) 4.520 dm^2 equivalem a quantos m^2?

R: 4.520 dm^2 = $\frac{4.520}{}$ m^2 = 45,2 m^2.

b) 70.825 cm^2 equivalem a quantos m^2?

R: $70.825\ cm^2 = \frac{70.825}{10.000}\ m^2 = 7{,}0825\ m^2$.

c) 0,48 km^2 equivalem a quantos m^2?

R: $0{,}48\ km^2 = 0{,}48 \cdot 1.000.000\ m^2 = 480.000\ m^2$.

d) 806,2 hm^2 equivalem a quantos dam^2?

R: $806{,}2\ hm^2 = 806{,}2 \cdot 100\ dam^2 = 80.620\ dam^2$.

e) 0,2022 m^2 equivalem a quantos mm^2?

R: $0{,}2022\ m^2 = 0{,}2022 \cdot 1.000.000\ mm^2 = 202.200\ mm^2$.

f) 0,2022 m^2 equivalem a quantos cm^2?

R: $0{,}2022\ m^2 = 0{,}2022 \cdot 10.000\ cm^2 = 2.022\ cm^2$.

g) 0,8 m^2 equivalem a quantos km^2?

R: $0{,}8\ m^2 = \frac{0{,}8}{1.000.000}\ km^2 = 0{,}00000008\ km^2$.

Lição 115 – Área de um retângulo

1. Dê a definição de retângulo.

R: O retângulo é o paralelogramo em que os quatros ângulos são congruentes e retos.

2. Supondo que um campo de futebol tenha 0,103 km de comprimento e 0,07 km de largura, determine sua área em metros quadrados.

R: 0,103 km = 103 m e 0,07 km = 70 m, assim, a área do campo de futebol é:

$$A = 103 \cdot 70 = 7210 \text{ m}^2.$$

3. Uma parede tem 8 m de comprimento por 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m^2 de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar essa parede?

R: Para saber a quantidade de latas necessárias é preciso saber antes a área da parede, assim: $a = 8 \cdot 2,75 = 22$ m^2. Com isso, a quantidade de latas necessárias é de:

$\frac{22}{10} = 2,2$ latas.

4. A área de lazer de um condomínio tem a forma retangular, e suas dimensões são 50 m e 42 m. Nessa área foi construída uma quadra de basquete. Sabendo-se que as medidas oficiais de uma quadra de basquete são 20 m por 12 m, qual é a área livre que restou?

R: Area de lazer: $a = 50 \cdot 42 = 2.100$ m^2 e área da quadra de basquete:

$$a = 20 \cdot 12 = 480 \text{ m}^2.$$

Assim, a área disponível é de: $2.100 - 480 = 1620$ m^2.

5. Um campo de futebol tem 105 m de comprimento e 70 m de largura. Para gramar esse campo, foram compradas placas de grama. Cada placa pode cobrir uma área de 3,50 m^2. Quantas placas de grama forma compradas para gramar o campo todo?

R: Área do campo de futebol: $105 \cdot 70 = 7.350$ m^2. Assim, a quantidade de placas de grama necessárias é de: $\frac{7.350}{3,5} = 2.100$ placas.

Lição 116 - Área de um quadrado

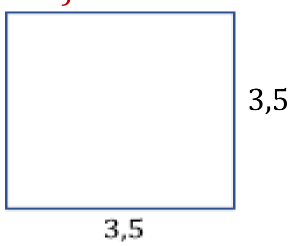
1. Dê a definição de quadrado

R: O quadrado é um quadrilátero regular com lados congruentes e ângulos internos retos.

2. Qual é a fórmula utilizada para calcular a área de um quadrado?

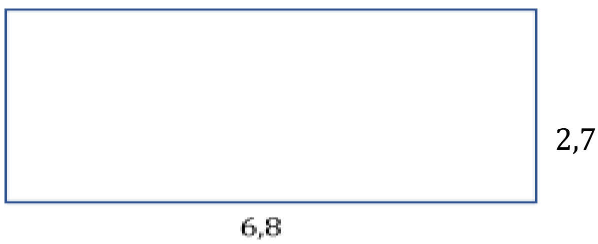
R: Para calcular a área do quadrado, utiliza-se a fórmula: Área = lado · lado.

3. Calcule as áreas e os perímetros das figuras a seguir: a)



R: A = 3,5 · 3,5 = 12,25   p = 4 · 3,5 = 14.

b)

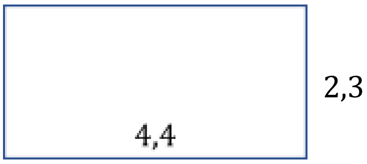


R: A = 2,7 · 6,8 = 18,36   p = 2,7 + 6,8 + 2,7 + 6,8 = 19.

c)

R: A = 5,75 · 1,2 =6,9 p = 1,2 + 5,75 + 1,2 + 5,75 = 13,9.

d)



R: $A = 4{,}4 \cdot 2{,}3 = 10{,}12$ $p = 2{,}3 + 4{,}4 + 2{,}3 + 4{,}4 = 13{,}4$.

4. Um piso quadrado de cerâmica tem 12 cm de lado.

   a) Qual é a área desse piso?

   R: $A = 12 \cdot 12 = 144\ cm^2$.

   b) Quantos pisos são necessários para assoalhar uma sala de 45 m^2 de área?

   R: $144\ cm^2 = \frac{144}{10.000}\ m^2 = 0{,}0144\ m^2 \Rightarrow \frac{45}{0{,}0144} = 3.125$ pisos.

5. Encontre o perímetro de um quadrado que tem a área igual a 64 m^2.

R: Sendo 64 m^2 a área do quadrado, seu lado mede 8 m, pois $8 \cdot 8 = 64\ m^2$. Assim, o perímetro é:

$$p = 4 \cdot 8 = 32\ m.$$

Lição 117 - Área do paralelogramo

1. Dê a definição de um paralelogramo.

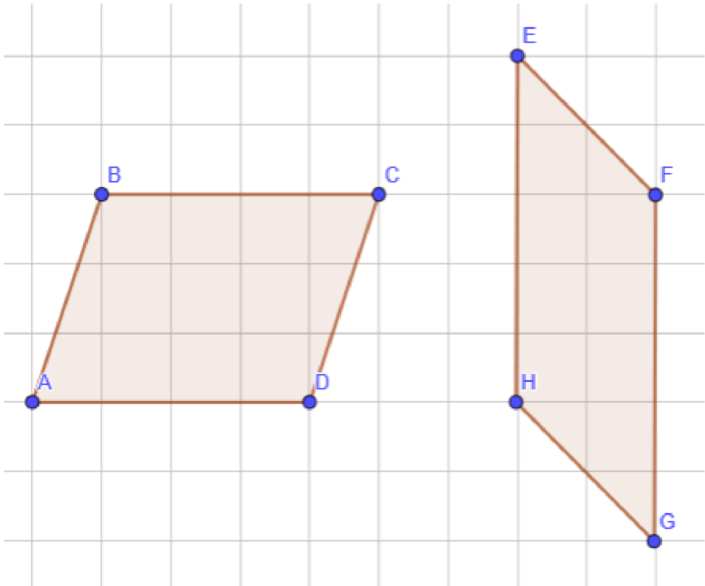
R: Um paralelogramo é um quadrilátero, isto é, uma forma geométrica de quatro lados, cujos lados opostos são paralelos.

2. Qual é a fórmula para a área de um paralelogramo? Ela foi deduzida a partir de que outra figura geométrica?

R: Área = base · altura. Esta fórmula foi deduzida a partir do retângulo.

3. Explique com suas palavras como a fórmula da área do paralelogramo é deduzida? R: Resposta pessoal. Dica: Monte um retângulo.

4. Calcule a área dos paralelogramos a seguir, considerando que o quadrado unitário tenha 4 cm de lado:



R: Utilizando a fórmula para calcular a área do paralelogramo, temos que a área do paralelogramo ABCD é:

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ quadrados,}$$

e como cada quadrado tem 4 cm, e, consequentemente suas áreas são de $16cm^2$, a área é $A = 12 \cdot 16 = 192\ cm^2$.

Utilizando o mesmo procedimento no paralelogramo EFGH, A

$$= 5 \cdot 2 = 10 \text{ quadrados} \Rightarrow A = 10 \cdot 16 = 160\ cm^2.$$

5. Em um paralelogramo, a base mede 15 cm. Sabendo que a medida da altura é a metade da medida da base, determine a área desse paralelogramo.

R: Sabendo que a metade de 15 é 7,5 , a área do paralelogramo é:

$$A = 15 \cdot 7{,}5 = 112{,}5\ cm^2$$

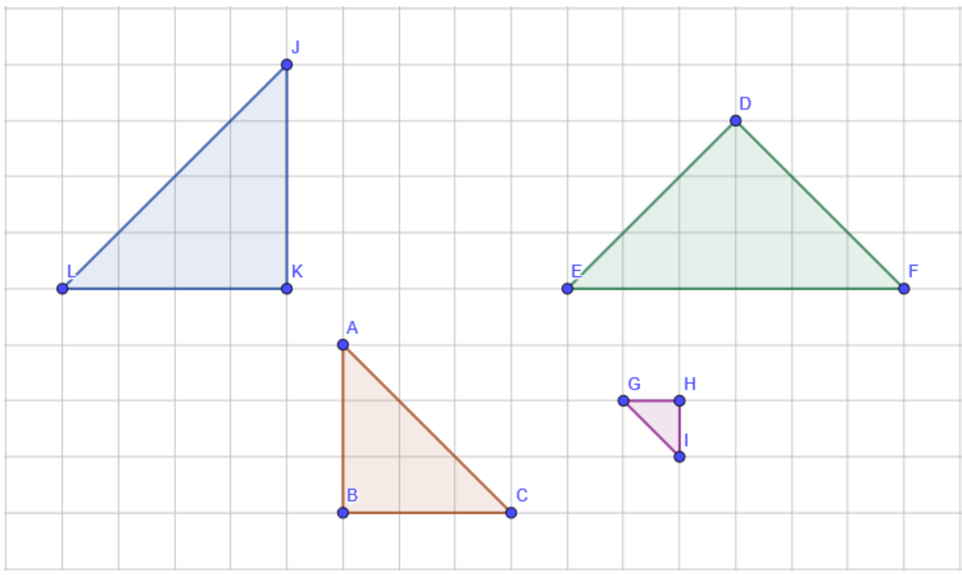
Lição 118 - Área do triângulo - Parte I

1. Qual é a fórmula para a área de um triângulo? Ela foi deduzida de que outra figura geométrica?

R: A fórmula da área do triangulo é $\frac{Base \cdot Altura}{2}$, e foi deduzida a partir da figura do quadrado.

2. Explique com suas palavras como a fórmula da área do triângulo é deduzida? R: Resposta pessoal. Dica: Divida o quadrado ao meio.

3. Indique a área dos triângulos a seguir, sem utilizar a fórmula, considerando que o quadrado unitário da malha quadriculada tem 2 cm de lado.



R: O triângulo ABC possui 4,5 quadrados, portanto sua área é de $4{,}5 \cdot 4 = 18$ cm². Assim, as áreas dos triângulos EDF, GHI, JKL são:

EDF = 9 quadrados = $9 \cdot 4 = 36$ cm²;

GHI = 0,5 quadrados = $0{,}5 \cdot 4 = 2$ cm²;

JKL = 8 quadrados = $8 \cdot 4 = 32$ cm².

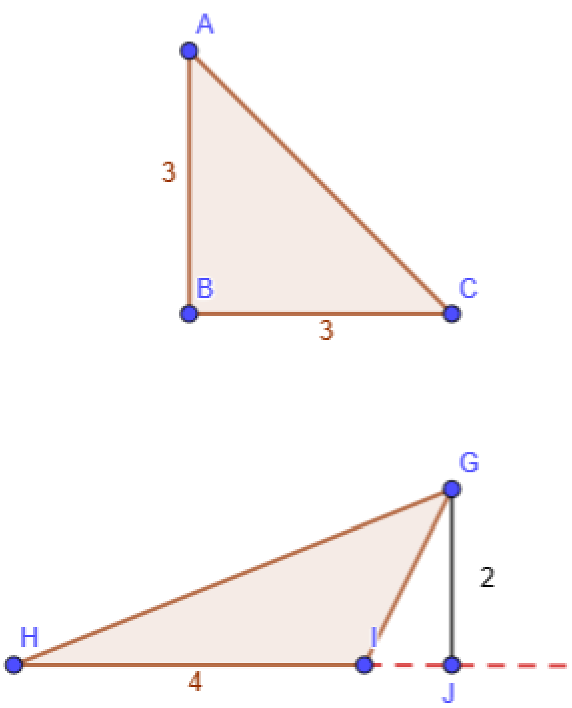
4. Determine a área de um triângulo cuja base mede 8,4 cm e cuja altura mede 4,6 cm.

R: $A = \frac{8,4 \cdot 4,6}{2} = \frac{38,64}{2} = 19,32\ cm^2$.

5. A base de um triângulo mede 18 cm. A medida da altura é igual a $\frac{2}{3}$ da medida da base. Qual é a área desse triângulo?

R: $\frac{2}{3}$ de 18 é igual a 12 cm, assim, a área do triângulo é de: $A = \frac{18 \cdot 12}{2} = 108\ cm^2$.

6. Calcule a área dos triângulos abaixo:



R: $ABC = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5\ cm^2$, $DEF = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\ cm^2$ e $GHI = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4\ cm^2$.

2 2 2

7. Uma região em formato de triângulo possui um dos lados medindo 22 metros. Se essa região possui 187 m^2, a medida da sua altura em metros é:

a) 14 m

b) 15 m

c) 16 m

d) 17 m

e) 18 m

R: Utilizando a fórmula da área, temos:

$$A = \frac{B \cdot h}{2} \Rightarrow 187 = \frac{22 \cdot h}{2} \Rightarrow 187 \cdot 2 = 22 \cdot h \Rightarrow \frac{374}{22} = h \Rightarrow h = 17\text{m}.$$

Alternativa d.

Lição 119 - Área do triângulo - Parte II

1. Calcule a área de um triângulo com lados medindo 6, 8 e 10.

R: Utilizando a fórmula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: P = 6 + 8 + 10 = 24. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{24}{2} = 12$. Sendo assim, a área é:

$$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(6)(4)(2)} = 24 \text{ um}^2$$ (unidade de medida).

2. Calcule a área da região triangular cujos lados medem: 26, 26 e 20.

R: Utilizando a formula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: P = 26 + 26 + 20 = 72. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{72}{2} = 36$. Sendo assim, a área é:

$$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{36(36-26)(36-26)(36-20)} = \sqrt{36(10)(10)(16)} = \sqrt{57600} = 240 \text{ um}^2$$ (unidade de medida).

3. Qual é a área...

a) de um triângulo de base 3 cm e altura 5 cm?

R: $A = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7{,}5 \text{ cm}^2$.

b) de um triângulo de base 2,5 m e altura 4 m?

R: $A = \frac{2,5 \cdot 4}{2} = 5\ m^2$.

c) de um triângulo retângulo em B, cujas medidas dos lados são: AB = 3 cm, BC = 4 cm, e AC = 5 cm ?

R: $A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\ cm^2$.

4. Um triângulo isósceles possui lados medindo 12,5 cm e base medindo 20 cm, razão por que a área desse triângulo é igual a:

a) 65 cm^2

b) 70 cm^2

c) 75 cm^2

d) 80 cm^2

e) 85 cm^2

R: Utilizando a fórmula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: P = 12,5 + 12,5 + 20 = 45. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{45}{2} = 22,5$. Sendo assim, a área é:

$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{22,5(22,5-12,5)(22,5-12,5)(22,5-20)} = \sqrt{5625} = 75\ cm^2$.

Alternativa c.

5. Parte de um terreno no formato triangular possui lados medindo 26 metros, 24 metros e 20 metros, razão por que a área limitada por esse triângulo mede aproximadamente:

a) 239 m^2

b) 246 m^2

c) 258 m^2

d) 262 m^2

e) 228 m^2

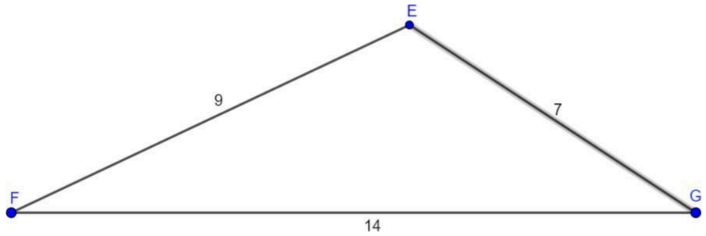
R: Utilizando a fórmula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: $P = 26 + 24 + 20 = 70$. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{70}{2} = 35$. Sendo assim, a área é:

$$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{35(35-26)(35-24)(35-20)} = \sqrt{35 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 15} =$$

$$= \sqrt{51975} \cong 228 \text{ m}^2.$$

Alternativa e.

6. Determine a área do triângulo a seguir:



R: Utilizando a fórmula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: $P = 9 + 7 + 14 = 30$. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{30}{2} = 15$. Sendo assim, a área é:

$$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15(15-9)(15-7)(15-14)} = \sqrt{15 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 1} = \sqrt{720} \cong 27 \text{ um}^2$$

(unidade de medida).

Lição 120 - Área do triângulo - Parte III

1. Qual é a fórmula para a área de um triângulo equilátero? Qual é a fórmula da altura de um triângulo equilátero?

R: A área do triângulo equilátero é dada por: $\text{Área}_{\text{triângulo equilátero}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, e sua altura por: $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$.

2. Explique com suas palavras como a fórmula da área do triângulo equilátero é deduzida.

R: Resposta pessoal. Dica: Divida o triângulo equilátero em dois triângulos retângulos.

3. Durante o planejamento da construção de um bairro de condomínios, a construtora, junto da prefeitura, planeja a construção de uma praça com formato de um triângulo equilátero. O objetivo é que essa praça tenha 692 m^2 de área. Utilizando 1,73 como aproximação para $\sqrt{3}$, o lado dessa praça deve medir:

a) 25 m

b) 30 m

c) 40 m

d) 45 m

e) 50 m

R: Alternativa c, pois

$A = \frac{l_2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow 692 = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow 692 \cdot 4 = l^2 \sqrt{3} \Rightarrow \frac{2768}{\sqrt{3}} = l^2 \Rightarrow \frac{2768}{1,73} = l^2 \Rightarrow \sqrt{\ } = l \Rightarrow l = 40m$

4. Calcule a área e a altura do triângulo equilátero de lado 18 cm. R:

Area: $A = \frac{l_2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{18^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{324\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 81\sqrt{3}$ cm

Altura: $h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = \frac{18\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 9\sqrt{3}$ cm

5. Calcule a área e a altura do triângulo equilátero de lado 30 mm.

R: $A = \frac{l_2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{30^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{900\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 225\sqrt{3}$ mm .

Lição 121 - Área do trapézio

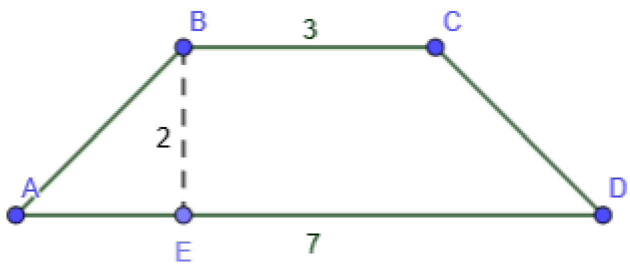
1. Dê a definição de trapézio.

R: O trapézio é um quadrilátero que possui apenas dois de seus lados paralelos. Os lados paralelos são as bases do trapézio, e um deles é sempre maior que o outro.

2. Qual é a fórmula para a área de um trapézio?

R: $\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{(\text{Base Maior} + \text{base menor})\cdot \text{altura}}{2}$

3. Calcule a área do trapézio abaixo sabendo que todas as medidas estão em centímetros.



R: $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} => A = \frac{(7+3)\cdot 2}{2} => A = \frac{10\cdot 2}{2} => A = 10\ cm^2$.

4. Calcule a área de um trapézio...

a) cujas bases medem 5 cm e 2 cm, e cuja altura mede 1 cm;

R: $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} => A = \frac{(5+2)\cdot 1}{2} => A = \frac{7\cdot 1}{2} => A = 3{,}5\ cm^2$.

b) cujas bases medem 6 cm e 7 cm, e cuja altura mede 2 cm.

R: $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} => A = \frac{(7+6)\cdot 2}{2} => A = \frac{13\cdot 2}{2} => A = 13\ cm^2$.

2 2 2

Lição 122 - Área do Losango

1. Dê a definição de losango. O que difere um losango de um quadrado?

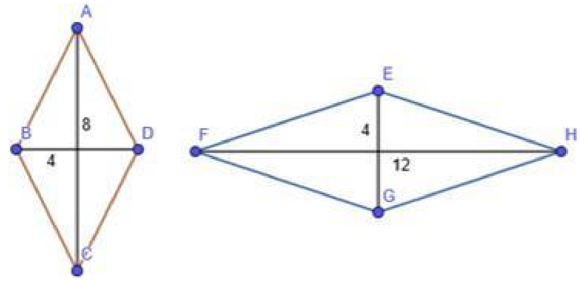
R: Um losango é um quadrilátero que possui os quatro lados congruentes. Além disso, seus ângulos opostos são congruentes e seus lados opostos são paralelos, o que significa que um losango é um paralelogramo, cujos lados possuem a mesma medida. Note que a recíproca não é verdadeira: todo losango é um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo é um losango. O que o difere de um quadrado é que seus ângulos não são todos retos.

2. Qual é a fórmula para a área de um losango? Ela foi deduzida a partir de que outra figura geométrica?

R: A fórmula para calcular a área do losango é: $\text{Área}_{losango} = \frac{\text{Diagonal Maior} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$, esta foi deduzida a partir do retângulo.

3. Explique com suas palavras como a fórmula da área do losango é deduzida? R: Resposta pessoal. Dica:Divida o losango em triângulos.

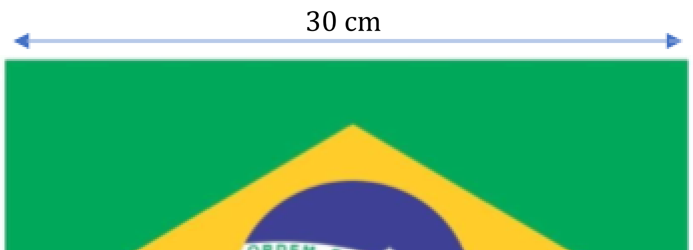
4. Calcule a área dos losangos abaixo.

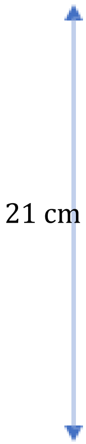


R: $A_{ABCD} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16\ cm^2$

$A_{ABCD} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{12 \cdot 4}{2} = \frac{48}{2} = 24\ cm^2$.

5. A bandeira nacional é constituída por três formas geométricas: um retângulo, um losango e uma circunferência. Sabendo que a área ocupada pela circunferência é de 40 cm^2, calcule qual é a área ocupada pelo tecido verde e qual é a área ocupada pelo tecido amarelo.




21 cm

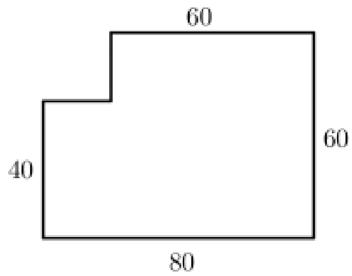
R: Adotando que o losango dista 3 cm das arestas do retângulo, temos que a diagonal maior vale 30 – 3 – 3 = 24 cm, e a diagonal menor vale 21 – 3 – 3 = 15 cm. Assim, a área do losango é: $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{24 \cdot 15}{2} = \frac{360}{2} = 180\ cm^2$, porém, como há a circunferência, a área ocupada pelo tecido amarelo é 180 – 40 = 140 cm^2.

Da mesma maneira, a área ocupada pelo tecido verde será (21·30) - 180 = 450 cm^2.

Lição 123 – Decomposição de figuras

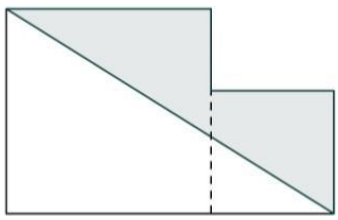
1. Deseja-se cercar o terreno representado na figura. Nesta figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca será preciso para cercar o terreno?

R: Para calcular o perímetro, é preciso descobrir a medida dos lados faltantes,



sendo assim, fechando um retângulo na parte superior, temos um lado 60 m e outro 40-20, portanto 20 m. Já a outra parte, podemos fechar outro retângulo na parte esquerda, com lado 40 m e 80 – 60 = 20 m. Dessa forma temos todos os lados da figura e seu perímetro é: p = 20 + 20 + 60 + 60 + 80 + 40 =280 m.

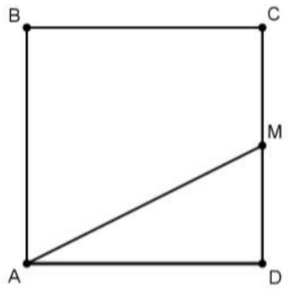
2. A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?



R: A área da região cinza é a subtração da área total menos a do triangulo branco. Dessa forma, a área total será dos dois quadrados: A = 8 · 8 + 6 · 6 = 64 + 16 = 80 cm^2, e a área do triangulo, dada por $a = \frac{b \cdot h}{2}$, é: $a = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(8 + 6) \cdot 8}{2} = \frac{14 \cdot 8}{2} = \frac{112}{2} = 56 \text{ cm}^2$.

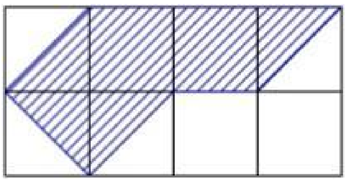
Assim, a área cinza é $80 - 56 = 24 \text{ cm}^2$.

3. O quadrado da figura tem área 64 cm^2. Se M é o ponto médio do lado CD, determine a área do triângulo AMD.



R: Se o quadrado tem área de 16 cm^2, então cada lado tem 4 cm, pois $4 \cdot 4 = 16$. Dessa forma, sendo M o ponto médio, o segmento MD tem 2 cm, e o triângulo tem base 4 cm e altura 2 cm, e sua área é: $A = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4\ cm^2$.

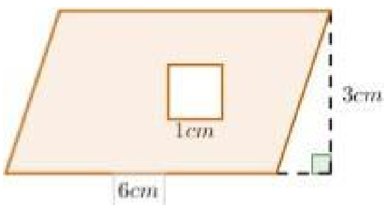
4. Na figura abaixo, temos um retângulo formado por oito quadrados de 4 cm^2 de área. Determine a área do hexágono hachurado.



R: Dividindo o retângulo ao meio, horizontalmente, separamos o hexágono em um paralelogramo e um triângulo, onde a área do paralelogramo é: $A = 3 \cdot 1 = 3$ quadrados $= 3 \cdot 4\ cm^2 = 12\ cm^2$ e a do triângulo é: a = 1 quadrado = 4 cm^2. Assim, a área do hexágono é de:

$$12 + 4 = 16\ cm^2.$$

5. A figura abaixo representa um paralelogramo e um quadrado. Determine a área da região sombreada.



R: $A = (6 \cdot 3) - (1 \cdot 1) \Rightarrow A = 18 - 1 = 17\ cm^2$.

Lição 124 - Unidades de medida de volume

1. Transforme 5,472 km^3 em hm^3.

R: 5,475 km^3 = 5,475 · 1.000 hm^3 = 5.475 hm^3

2. Transforme 360 hm^3 em km^3

R: 360 hm^3 = $\frac{360}{1.000}$ km^3 = 0,36 km^3

3. Transforme 10 dm^3 em dam^3

R: 10 dm^3 = $\frac{10}{1.000.000}$ dam^3 = 0,00001 dam^3

4. Transforme 0,04 dm^3 em m^3

R: 0,04 dm^3 = $\frac{0,04}{1.000}$ m^3 = 0,00004 m^3

5. Transforme 900 000 000 mm^3 em m^3

R: 900.000.000 mm^3 = $\frac{900.000.000}{1.000.000.000}$ m^3 = 0,9 m^3

6. Qual é a unidade fundamental do volume? E o que representa essa medida?

R: A unidade fundamental de volume chama-se metro cúbico. O metro cúbico (m^3) é medida correspondente ao espaço ocupado por um cubo com 1 m de aresta.

7. Expresse em metros cúbicos o valor da expressão:

$$3\,540\ dm^3 + 340\,000\ cm^3$$

R: 3.540 dm^3 = 3,54 m^3 e 340.000 cm^3 = 0,34 m^3, assim, a soma é: 3,54 + 0,34 = 3,88 m^3.

Lição 125 - Volume do bloco retangular

1. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 40 cm, 10 cm e 20 cm. R: $V = a \cdot b \cdot c = 40 \cdot 10 \cdot 20 = 8.000 \text{ cm}^3$.

2. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 4 cm, 5 cm e 6 cm. R: $V = a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3$.

3. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 15 cm, 20 cm e 25 cm. R: $V = a \cdot b \cdot c = 15 \cdot 20 \cdot 25 = 7.500 \text{ cm}^3$.

4. Calcule o volume de um bloco retangular com dimensões 60 cm, 30 cm e 15 cm. R: $V = a \cdot b \cdot c = 60 \cdot 30 \cdot 15 = 27.000 \text{ cm}^3$.

5. Calcule a área lateral dos blocos retangulares dos exercícios 1, 2, 3 e 4. R: Exercício 1: $A_L = 2(ac + bc) \Rightarrow A_L = 2(40 \cdot 20 + 10 \cdot 20) \Rightarrow A_L = 2(800 + 200) \Rightarrow$

$A_L = 2 \cdot 1000 \Rightarrow A_L = 2000 \text{ cm}^2$.

Exercício 2: $A_L = 2(ac + bc) \Rightarrow A_L = 2(4 \cdot 6 + 5 \cdot 6) \Rightarrow A_L = 2(24 + 30) \Rightarrow$

$A_L = 2 \cdot 54 \Rightarrow A_L = 108 \text{ cm}^2$.

Exercício 3: $A_L = 2(ac + bc) \Rightarrow A_L = 2(15 \cdot 25 + 20 \cdot 25) \Rightarrow A_L = 2(375 + 500) \Rightarrow$

$A_L = 2 \cdot 875 \Rightarrow A_L = 1.750 \text{ cm}^2$.

Exercício 4: $A_L = 2(ac + bc) \Rightarrow A_L = 2(60 \cdot 15 + 30 \cdot 15) \Rightarrow A_L = 2(900 + 450) \Rightarrow$

$A_L = 2 \cdot 1.350 \Rightarrow A_L = 2.700 \text{ cm}^2$.

6. Calcule a área total dos blocos retangulares dos exercícios 1, 2, 3 e 4.

R: Exercício 1:

$A_T = 2(ac + ab + bc) \Rightarrow A_T = 2(40 \cdot 20 + 40 \cdot 10 + 10 \cdot 20) \Rightarrow A_T = 2(800 + 400 + 200) \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 1400 \Rightarrow A_T = 2800\ cm^2$.

Exercício 2:

$A_T = 2(ac+ab+ bc) \Rightarrow A_T = 2(4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6) \Rightarrow A_T = 2(24 + 20 + 30) \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 74 \Rightarrow A_T = 148\ cm^2$.

Exercício 3:

$A_T = 2(ac+ab+ bc) \Rightarrow A_T = 2(15 \cdot 25 + 15 \cdot 20 + 20 \cdot 25) \Rightarrow A_T = 2(375 + 300 + 500) \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 1.175 \Rightarrow A_T = 2.350\ cm^2$.

Exercício 4:

$A_T = 2(ac+ab+ bc) \Rightarrow A_T = 2(60 \cdot 15 + 60 \cdot 30 + 30 \cdot 15) \Rightarrow A_T = 2(900 + 1.800 + 450) \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 3.150 \Rightarrow A_T = 6.300\ cm^2$.

Lição 126 - Volume do cubo

1. Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a 3 cm. R: O volume do cubo é dado pela equação: $V = a^3$. Assim, o volume é $3^3 = 27\ cm^3$.

2. Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a 12 cm. R: $V = a^3 \Rightarrow V = 12^3 = 1.728\ cm^3$.

3. Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a 20 cm. R: $V = a^3 \Rightarrow V = 20^3 = 8.000\ cm^3$.

4. Calcule o volume de um cubo, sabendo que a medida de seu lado é igual a 9 m.

R: $V = a^3 \Rightarrow V = 9^3 = 729\ m^3$.

5. Seis quadrados iguais com lado medindo 9 cm são colados formando um cubo. Calcule o volume desse cubo.

R: $V = a^3 \Rightarrow V = 9^3 = 729$ cm³.

6. A área de um dos lados de um cubo mede 36 cm². Com base nessa informação, calcule o volume desse cubo.

R: Sendo a área 36 cm², a aresta do cubo é $\sqrt{36} = 6$ cm . Dessa forma, o volume do cubo é: $V = a^3 \Rightarrow V = 6^3 = 216$ m³.

7. A soma das áreas dos lados de um cubo é igual a 864 cm². Calcule o volume desse cubo.

R: A área total do cubo é dada por $A = 6a^2$. Assim:

$$864 = 6a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{864}{6} = 144 \text{ cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{144} = 12 \text{ cm.}$$

Dessa forma, $V = 12^3 = 1.728$ cm³.

Lição 127 - Volume do cilindro

1. Um reservatório cilíndrico possui raio igual a 2 metros e altura de 10 metros. Qual é a quantidade de água que cabe nesse reservatório em m³?

R: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 \Rightarrow V = \pi \cdot 4 \cdot 10 = 40\pi$ m³.

2. Calcule o volume de um cilindro cuja área da base seja de 3 cm² e tenha altura de 9 cm.

R: $V = \pi A h = \pi \cdot 3 \cdot 9 \Rightarrow V = 27\pi$ cm³.

3. O raio do círculo da base mede 17 cm, e a altura mede 6 cm. Qual é o volume do cilindro, dado: π=3,14?

R: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 17^2 \cdot 6 \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 289 \cdot 6 = 5.444{,}76$ cm³.

4. Um clube adquiriu 2 tanques de água com formato cilíndrico. Sabe-se que ambos os tanques medem 6 m de altura. A base do primeiro tem 6 m de diâmetro, e o segundo tem 2 m de raio. Qual é o volume dos dois tanques?

R: O primeiro tanque, com 6 m de diâmetro, possui raio de 3 m, pois o raio é metade do diâmetro, assim seu volume é

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 \Rightarrow V = \pi \cdot 9 \cdot 6 = 54\pi \text{ m}^3.$$

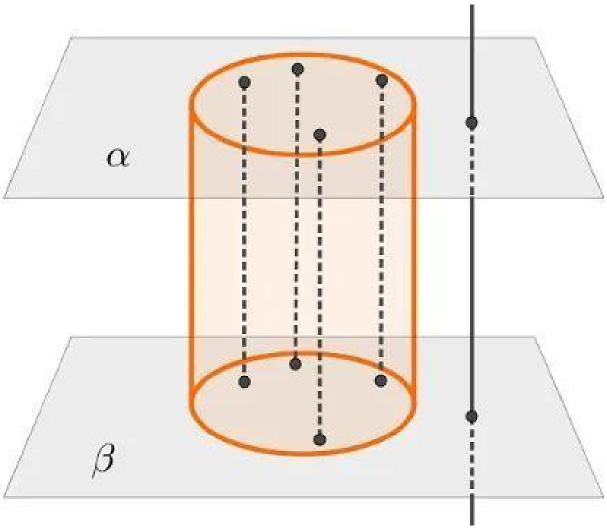
Já o segundo tanque tem volume de: $V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 \Rightarrow V = \pi \cdot 4 \cdot 6 = 24\pi$ m^3.

5. Quais são os elementos de um cilindro?

R: Os elementos que compõem o cilindro são: Bases, Altura e Geratriz.

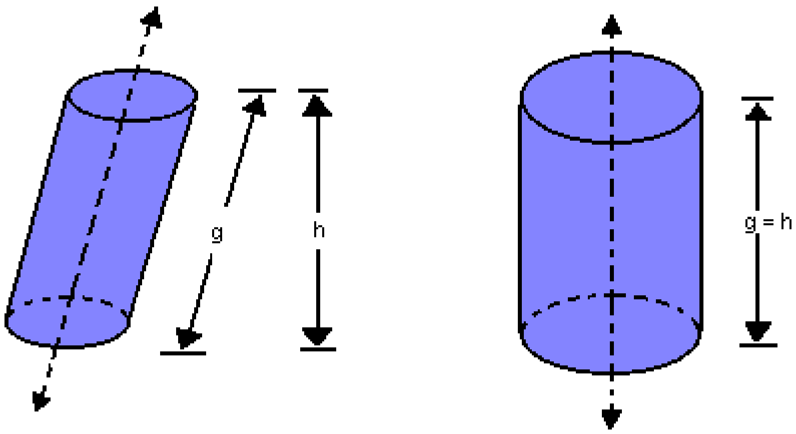
6. Defina um cilindro com palavras e com um desenho.

R: Dados dois planos paralelos α e β, um círculo C no plano α e uma reta r secante a esses planos, um cilindro é o conjunto de segmentos paralelos a r que possuem como extremidade o círculo C no plano α e algum ponto no plano β.



7. O cilindro pode ser classificado de duas formas. Escreva a diferença e faça dois desenhos representando as duas formas de classificação.

R: O cilindro pode ser classificado como circular oblíquo, quando as geratrizes são oblíquas às bases e circular reto, quando as geratrizes são perpendiculares às bases.



Lição 128 - Unidade de medida de capacidade

1. Transforme 7,15 kl em dl

R: 7,15 kl = 7,15 · 10.000 dl = 71.500 dl.

2. Transforme 6,5 hl em l

R: 6,5 hl = 6,5 · 100 l = 650 l.

3. Transforme 90,6 ml em l

R: 90,6 ml = $\frac{90,6}{1.000}$ l = 0,0906 l.

4. Expresse em litros o valor da expressão:

$$0,6\ m^3 + 10\ dal + 1\ hl$$

R: 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 l. Assim, 0,6 m^3 = 0,6 · 1.000 l = 600 l.

10 dal = 10 · 10 l = 100 l. 1 hl = 100 l.

Somando os valores, temos: 600 + 100 + 100 = 800 l.

5. Uma empresa com carros-pipa de 8.000 l de capacidade foi chamada para encher um reservatório subterrâneo de água de um edifício. Esse reservatório, com forma de bloco retangular, tem dimensões 3 m, 5 m e 1 m. Para a realização dessa tarefa, podemos concluir que:

a) 1 carro-pipa de água tem capacidade maior do que a capacidade do reservatório;

b) 1 carro-pipa de água é suficiente para encher totalmente o reservatório sem sobrar água;

c) 2 carros-pipa de água são insuficientes para encher totalmente o reservatório;

d) 2 carros-pipa ultrapassam em 1.000 litros a capacidade do reservatório.

R: O volume do reservatório é $V = 3 \cdot 5 \cdot 1 = 15 \text{ m}^3$. Dessa forma, transformando em litros, temos $V = 15 \cdot 1.000 \text{ l} = 15.000 \text{ l}$. Sendo assim, como um caminhão pipa tem capacidade de 8.000 l, serão necessários 2 caminhões para encher o reservatório e sobrarão 1.000 l. Alternativa d.

6. O tanque de combustível de um veículo (reservatório) tem 80 cm de comprimento, 35 cm de largura e 20 cm de altura. Supondo que o reservatório estivesse cheio, após uma viagem foram gastos 3/4 de sua capacidade. Quantos litros restaram no reservatório?

a) 14

b) 16

c) 18

d) 20

e) 22

R: O volume do tanque é: $V = 80 \cdot 35 \cdot 20 = 56.000 \text{ cm}^3$, que são 56 dm^3, e, consequentemente, 56 l. Dessa forma, $\frac{3}{4}$ do tanque valem: $\frac{3}{4} \cdot 56 = 42$, restando apenas

56 – 42 l = 14 l no reservatório.

Alternativa a.

Gabarito de Matemática

7º ano, Volume 9

Lição 129 – Porcentagem – Parte I

1. De que deriva a palavra *porcentagem*? Qual é o símbolo utilizado para representá-la?

R: A palavra *porcentagem* deriva do latim *per centum*, que quer dizer por um cento, isto é, dividido por cem. O símbolo utilizado para representá-la é '%'.

2. Por que é que se diz que as porcentagens são valores relativos e não absolutos?

R: A porcentagem é um valor relativo, e não um valor absoluto. Isto significa que 50% de 30, por exemplo, é diferente de 50% de 200, que é diferente de 50% de 153: o valor de 50% não é um valor absoluto, pois depende daquilo com que se relaciona.

Lição 130 – Porcentagem – Parte II

1. Complete a tabela abaixo:

Taxa Porcentual	Fração Centesimal	Fração Irredutível	Valor Decimal
100%	$\frac{100}{100}$	$\frac{1}{1}$	1
75%	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	0,75
50%	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	0,5
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$	0,25
10%	$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$	0,10 ou 0,1
1%	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$	0,01
5%	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{20}$	0,05
0,5%	$\frac{0,5}{100}$	$\frac{1}{200}$	0,005

2. Complete as frases a seguir:

a) Calcular 50% de um valor é o mesmo que dividir esse número por 2.
b) Calcular 25% de um valor é o mesmo que dividir esse número por 4.
c) Calcular 10% de um valor é o mesmo que dividir esse número por 10.
d) Calcular 30% de um número é o mesmo que encontrar quanto vale 10% e depois multiplicar esse valor por 3.
e) Calcular 1% de um valor é o mesmo que dividir esse número por 100.

Lição 131 – Cálculo das porcentagens através das frações centesimais

1. Calcule as porcentagens abaixo através das frações centesimais:

a) 20% de 100

R: 20 · 100 = 2.000 = 20
100 100

b) 45% de 70

R: 45 · 70 = 3.150 = 31,5
100 100

c) 10% de 235

R: 10 · 235 = 2.350 = 23,5
100 100

d) 0,5% de 500

R: 0,5 · 500 = 250 = 25
100 100

e) 25% de 25

R: 25 · 25 = 625 = 6,25
100 100

2. Uma família numerosa totaliza 30 pessoas, entre as quais 12 são adultas. Qual é o porcentual que as crianças representam nesta família?

R: x · 30 = 12 => x = 12
100

$\frac{\cdot}{-}\underline{100}$ $= \underline{1.200}$ => x = 40%.

30

30

Logo, 40% das pessoas são adultas. Portanto, 60% são crianças.

Lição 132 – Cálculo das porcentagens através dos valores decimais

1. Calcule as porcentagens através dos valores decimais:

   a) 15% de 100

R: 0,15 · 100 = 15

   b) 12% de 72

R: 0,12 · 72 = 8,64

   c) 72% de 153

R: 0,72 · 153 = 110,16

   d) 1% de 99

R: 0,01 · 99 = 9,9

   e) 99% de 5 000

R: 0,99 · 5.000 = 4.950

2. A mãe de Valentina comprou-lhe um vestido branco para sua Primeira Eucaristia. O vestido custava R$130,00, mas ela recebeu um desconto e pagou apenas R$100,00. Qual é o porcentual do desconto? De quanto foi esse desconto?

R: 130 · x = 100 => x = $\frac{100}{130}$ = 0,77 = 77% de desconto.

Lição 133 – Cálculo das porcentagens através de taxas porcentuais notáveis

1. Calcule as porcentagens através das taxas porcentuais notáveis:

   a) 40% de 250

   R: 10% = 25, portanto 40% de 250 = 4 · 25 = 100

   b) 90% de 82,5

   R: 10% = 8,25, portanto 90% = 9 · 8,25 = 74,25

   c) 75% de 16

R: 25% = $\frac{16}{4}$

= 4, portanto 75% de 16 = 4 · 3 = 12

d) 0,5% de 72

R: 1% = 0,72, portanto 0,5% de 72 = $\frac{0,72}{2}$ = 0,36

e) 78% de 13,4

R: 1% = 0,134, portanto 78% de 13,4 = 0,134 · 78 = 10,452

f) 3% de 7

R: 1% = 0,07, portanto 3% de 7 = 0,07 · 3 = 0,21

2. Uma pessoa doou 40% do que tinha a uma instituição de caridade e ainda ficou com R$ 570,00. Quanto essa pessoa doou à instituição?

R: x – 40% · x = 570 => x(1 – 0,40) = 570 => x · 0,60 = 570 => x = $\frac{570}{0,60}$ => x = R$ 950,00

Lição 134 – Cálculo da porcentagem através da regra de três

1. Um produto que custa R$ 120,00 e sofre um aumento de 15% passa a custar quanto? R:

120 100%

x 115%

100x = 120 · 115 => x = $\frac{13.800}{100}$ **= R$ 138,00.**

2. Um produto custava R$ 500,00 e passou a custar R$ 800,00. Qual foi o aumento

porcentual?

R:

$$\begin{array}{cc} 500 & 100\% \\ 800 & x\% \end{array}$$

$500x = 800 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{80.000}{500} = 160\%$, portanto houve um aumento de 60%.

3. Um produto sofreu um aumento de 25%. Em seguida, devido à variação no mercado, seu preço teve de ser reduzido também em 25%, passando a custar R$225,00. Qual era o preço desse produto antes do aumento?

R: Fazendo o processo inverso, temos:

225	75%
x	100%

$75x = 225 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{22.500}{75}$ = R$300,00. Agora fazendo o aumento inicial:

300	125%
y	100%

$125y = 300 \cdot 100 \Rightarrow y = \frac{30.000}{125}$ **= R$240,00.**

Assim, o valor inicial do produto, antes do aumento era de R$ 240,00.

4. Numa fábrica de tintas, certa quantidade de água deve ser misturada com 840 litros de tinta corante, de modo que a mistura tenha 25% de água. Quantos litros de água deve ter a mistura?

R: Para que a mistura tenha 25% de água, necessariamente tem 75% de tinta, assim, temos que 840 litros = 75%. Utilizando a regra de 3:

840	75%
x	100%

$$75x = 840 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{84.000}{75} = 1.120 \text{ litros.}$$

Dessa forma, a quantidade de água que deve ser adicionada é: 1.120 – 840 = 280 litros.

5. Joãozinho gastou a metade do dinheiro que tinha com um presente que comprou para a sua mãe. Em seguida, gastou 30% do que lhe restou, na compra de um jogo, e ainda ficou com R$63,00. Quantos reais tinha Joãozinho antes das compras?

R: Fazendo o processo inverso, temos:

63	70%
x	100%

$70x = 63 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{6.300}{70}$ = R$90,00. Agora fazendo o gasto inicial:

90	50%
y	100%

$50y = 90 \cdot 100 \Rightarrow y = \frac{9.000}{50}$ **= R$180,00.**

Assim, Joãozinho tinha, ao todo, R$ 180,00 antes das compras.

Lição 135 – Experimento aleatório

1. Qual é o significado da palavra experimento?

R: A palavra experimento tem origem no termo latino EXPERIMENTUM, que significa ação ou efeito de experimentar.

2. Defina experimento determinístico e dê dois exemplos.

R: Os Experimentos Determinísticos são os experimentos que, repetidos em idênticas condições, produzem resultados previstos, determinados. Exemplo: Soltar uma moeda da mesma altura diversas vezes e calcular o tempo até tocar o chão, ou calcular a velocidade de um carro que percorre uma distância em um certo tempo.

3. Defina experimento aleatório e dê dois exemplos.

R: Os Experimentos Aleatórios são experimentos cujo resultado não se podem prever.

Exemplo: Observar a face de cima ao lançar uma moeda ou ao lançar um dado.

Lição 136 – Espaço amostral

1. Dê um espaço amostral para cada experimento abaixo:

a) Uma letra é escolhida entre as letras da palavra $PROBABILIDADE$.

R: $\Omega = \{P, R, O, B, A, I, L, D, E\}$

b) Uma urna contém bolas vermelhas (V), bolas brancas (B) e bolas azuis (A). Uma bola é extraída e observada sua cor.

R: $\Omega = \{V, B, A\}$

c) Uma urna contém 50 bolinhas numeradas de 1 a 50. Uma bolinha é extraída e observado seu número.

R: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 48, 49, 50\}$

d) De um baralho de 52 cartas, uma é extraída e observada.

R: Quanto a naipe: $\Omega = \{Paus, Copas, Espada, Ouro\}$. Quanto a 'número'
$\Omega = \{A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Q, J, K\}$

e) Uma urna contém 5 bolas vermelhas (V) e 2 brancas (B). Duas bolas são extraídas, sem reposição, e são observadas suas cores, na sequência em que foram extraídas.

R: $\Omega = \{(V, B), (V, V), (B, V), (B, B)\}$

f) Três pessoas A, B e C são colocadas numa fila, e observa-se a disposição delas. R:

$\Omega = \{(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A)\}$

g) Um casal tem 3 filhos. Observa-se a sequência de sexos dos 3 filhos. R:

Seja Menino = Mo, e Menina = Ma,

$\Omega = \{ (Mo, Mo, Mo), (Mo, Mo, Ma), (Mo, Ma, Ma), (Mo, Ma, Mo), (Ma, Mo, Mo), (Ma, Ma, Mo), (Ma, Mo, Ma), (Ma, Ma, Ma) \}$

h) Dois dados, um verde e um vermelho, são lançados; observam-se os números das faces de cima.

R: Ω = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5),

(2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)}

i) Entre 5 pessoas A, B, C, D e E, duas são escolhidas para formar uma comissão. Observam-se os elementos dessa comissão.

R: Ω = {(A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E), (D, E)}

Lição 137 – Probabilidade

1. Em um estojo há 13 lápis coloridos e 7 lápis pretos.

a) Se você retirar, ao acaso, sem olhar, um lápis desse estojo, a chance maior é que você pegue um lápis colorido ou um lápis preto?

R: Há maior chance de retirar um lápis colorido.

b) Qual é a probabilidade de você retirar:

- Um lápis colorido?

R: $\frac{13}{20}$

- Um lápis preto?

R: $\frac{7}{20}$

2. Em um cesto há 12 bolas de vôlei, sendo 2 brancas, 6 amarelas e 4 vermelhas. Desse cesto, ao acaso, sem olhar, uma bola é retirada. Qual é a probabilidade de essa bola ser de cor:

a) Branca?

R: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

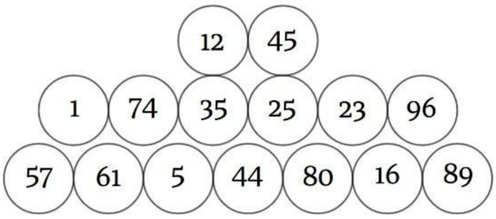
b) Amarela?

R: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

c) Vermelha?

R: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

3. Uma urna contém 15 bolas numeradas:



Retira-se uma bola, ao acaso, sem olhar, dessa urna, e observa-se o número retirado.

a) É mais provável que o número escrito na bola retirada seja um número par ou um número ímpar?

R: Ímpar.

b) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número par? R: $\frac{6}{15}$

c) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número ímpar? R: $\frac{9}{15}$

4. André tem fichas em que estão escritas letras e números.

A	56	84	B	C
15	M	92	47	66

a) Quantas fichas ele tem?

R: 10 fichas.

b) Ele coloca todas as fichas em uma urna. Se quiser tirar uma dessas fichas, ao acaso, sem olhar, a chance maior será sair uma ficha em que está escrito um número ou uma letra?

R: Número.

c) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrita uma letra?

R: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

d) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrito um número?

R: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Lição 138 – Estatística

1. Classifique as variáveis abaixo em qualitativas ou quantitativas:

a) Número de partidas num torneio esportivo.

R: Quantitativa.

b) Diâmetro interno de uma tubulação.

R: Quantitativa.

c) Cor dos cabelos.

R: Qualitativa.

d) Número de filhos de um casal.

R: Quantitativa.

e) Número de ações negociadas em um dia na bolsa de valores.

R: Quantitativa.

f) Teor alcóolico de uma bebida.

R: Quantitativa.

g) Sexo de um filhote nascido no zoológico.

R: Qualitativa.

2. Considere a seguinte situação imaginária: para indicar a média de altura do povo brasileiro, decidiu-se considerar apenas os habitantes do estado de São Paulo, por ser o estado mais numeroso do país. No entanto, sabe-se que os brasileiros da região Norte do país são considerados os mais altos de todo o país, em média de 1,90m para homens, e 1,80 m para mulheres. Se a pesquisa levar em consideração apenas o estado paulista, ela descreverá bem a realidade do Brasil? Se a altura dos homens e das mulheres da região Norte fosse levada em consideração, a média iria subir ou diminuir?

R: Levando em consideração apenas o estado de São Paulo, não será representada a realidade do Brasil. Ao incluir a região Norte, a média da altura aumentará.

3. Assinale a alternativa apenas com variáveis qualitativas.

a) cor dos cabelos e idade;

b) altura e cor dos olhos;

c) peso e grau de instrução

d) cor dos cabelos e grau de instrução;

e) peso e idade.

4. Assinale a alternativa apenas com variáveis quantitativas.

a) número de alunos em uma sala de aula e cor dos olhos destes alunos;

b) idade e cor da pele;

c) grau de instrução e nacionalidade;

d) altura e idade;

e) cor dos olhos e nacionalidade.

5. Como podemos classificar as variáveis qualitativas?

a) nominal e ordinal;

b) contínua e ordinal;

c) discreta e contínua;

d) discreta e nominal;

e) ordinal e discreta.

6. Como podemos classificar as variáveis quantitativas?

a) nominal e ordinal;

b) contínua e ordinal;

c) discreta e contínua;

d) discreta e nominal;

e) ordinal e discreta.

7. Que variável abaixo é qualitativa nominal?

a) grau de instrução;

b) cor dos olhos;

c) idade;

d) altura;

e) peso.

Lição 139 – População e amostra

1. Defina população em estatística.

R: O conjunto de todos os elementos que têm a característica do interesse da pesquisa é chamado população.

2. Defina amostra em estatística.

R: Uma amostra é um subconjunto dos elementos da população.

Lição 140 – Tipos de pesquisa

1. Você já participou de alguma entrevista? Se participou, ela era censitária ou amostral? Conte como foi.

R: Resposta pessoal.

2. Deseja-se pesquisar o esporte preferido de sua família. Qual é o tipo de pesquisa mais indicada: a censitária ou a amostral? Justifique sua resposta.

R: A pesqisa censitária é a mais indicada por englobar todos os membros da família, o que é possivel, uma vez que a quantidade de membros tende a não ser um númemro exorbitante.

3. A empresa em que Lorrany trabalha sorteará 10 clientes para responderem a uma pesquisa de satisfação. A escolha da amostra de clientes, neste caso, pode representar a opinião da maioria de clientes dessa empresa? Explique sua resposta.

R: Sim, a escolha desta amostra pode representar a maioria, uma vez que não é possivel realizar a pesquisa com todos os clientes.

4. Em uma amostra que pretende pesquisar as intenções de voto de eleitores para presidente, devem-se levar em considerações que características?

R: Em pesquisas de intenção de voto, devem ser levados em conta a idade, classe social, e, principalmente a região onde moram os entrevistados. Além disso, deve ser considerado a margem de erro, uma vez que quanto menor o espaço amostral, maior a margem de erro.

5. Junto com os pais e com tema livre, planeje e realize uma pesquisa entre os seus familiares.

R: Resposta pessoal.

Lição 141 – Média aritmética

1. Maria Clara fez três provas de matemática no primeiro bimestre. Suas notas foram 6, 8 e 9,5. Determine sua média em matemática neste bimestre.

R: $M = \frac{6 + 8 + 9,5}{3} = \frac{23,5}{3} = 7,83$

2. Um atleta, em treinamento para as olimpíadas, corre quatro vezes por semana, sendo que nas segundas-feiras ele percorre 5 km; nas terças 7 km; nas quintas 8 km; e, por fim, nos sábados 8 km. Determine:

a) a distância média por dia de treino que esse atleta percorre;

R: Distância média por dia de treino $= \frac{5 + 7 + 8 + 8}{4} = \frac{28}{4} = 7$ km.

b) a distância média por dia da semana que esse atleta percorre;

R: Distância média por dia da semana $= \frac{5 + 7 + 8 + 8}{7} = \frac{28}{7} = 4$ km.

c) a distância percorrida para que sua média por dia da semana seja 6 km, se ele decide correr também aos domingos.

R: $M = \frac{5 + 7 + 8 + 8 + x}{7} = 6 \Rightarrow 28 + x = 6 \cdot 7 \Rightarrow x = 42 - 28 = 12$ km.

Portanto, para que a média por dia da semana seja de 6 km percorridos, é necessário percorrer 12 km no domingo.

3. Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras o mais próximas possível da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm; 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm. Determine a espessura média dessas medidas.

R: $M = \dfrac{3{,}10 + 3{,}021 + 2{,}96 + 2{,}099 + 3{,}07}{5} = \dfrac{14{,}85}{5} = 2{,}85$ mm.

4. Em 2015, um vendedor recebeu três valores de salário diferentes: R$2.000,00, por mês, de janeiro a maio; $2.500,00, por mês, de junho a agosto; R$3.100,00, por mês, de setembro a dezembro. Qual foi o salário médio desse vendedor em 2015?

R: Sendo que houve vários meses com o mesmo valor, podemos multiplicar o valor pela quantidade de meses, assim, temos:

$$M = \frac{2.000 \cdot 5 + 2.500 \cdot 3 + 3.100 \cdot 4}{12} = \frac{29.900}{12} = R\$\ 2.491,66$$

Lição 142 – Avaliação

1. Classifique os ângulos a seguir como agudos, obtusos ou côncavos:

a) 40°

R: Agudo.

b) 107°

R: Obtuso.

c) 119°

R: Obtuso.

d) 75°

R: Agudo.

e) 310°

R: Côncavo

f) 50°

R: Agudo.

g) 100°

R: Obtuso.

2. Complete as frases e dê exemplos:

a) Dois ângulos são congruentes quando…

R: Possuem o mesmo valor.

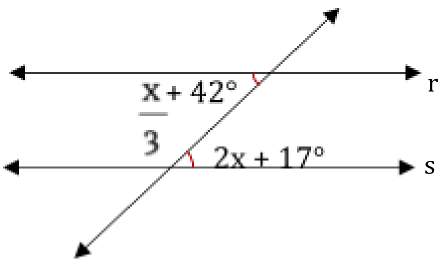
b) Dois ângulos são consecutivos quando…

R: Possuem um lado em comum.

c) Dois ângulos são adjacentes quando…

R: Possuem um lado em comum e não possuem pontos internos em comum.

3. Na figura ao lado, determine o valor de *x*, sabendo que r//s.



R: Sendo r//s, os ângulos destacados são alternos internos, portanto, são congruentes.

Assim, temos:

$$\frac{x}{3} + 42° = 2x + 17° \Rightarrow 42° - 17° = 2x - \frac{x}{3} \Rightarrow 25° = \frac{3 \cdot 2x - x}{3} \Rightarrow \frac{5x}{3} = 25° \Rightarrow 5x = 25° \cdot 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{75°}{5} \Rightarrow x = 15°$$

4. Dois ângulos opostos pelo vértice medem (3x + 10°) e (x + 50°). Um deles mede:

a) 20°

b) 70°

c) 30°

d) 80°

e) 50°

R: Alternativa b.

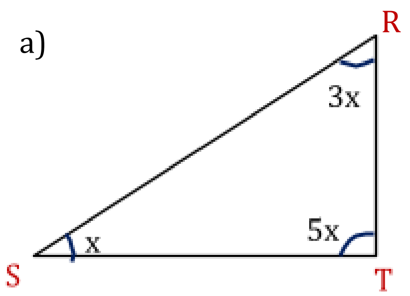
Ângulos O.P.V. são congruentes, portanto:

$$3x+10° = x+50° \Rightarrow 3x-x = 50°-10° \Rightarrow 2x = 40° \Rightarrow x = \frac{40°}{2} = 20°$$

Assim, o ângulo mede 20°+50°=70°.

5. Determine as medidas de x, y e z quando indicadas nas figuras abaixo.

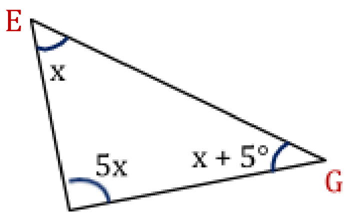
a)



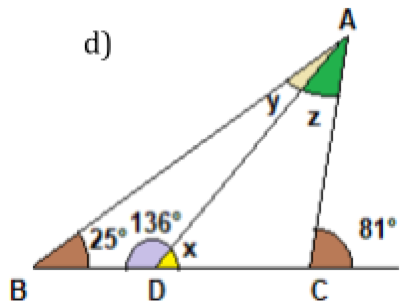
b) R

S T

c)



d)



F

R: a) $x+3x+5x = 180° \Rightarrow 9x = 180° \Rightarrow x = \frac{180°}{9} \Rightarrow x = 20°$

b) $x+30°+x+60° = 180° \Rightarrow 2x+90° = 180° \Rightarrow 2x = 180°-90° \Rightarrow x = \frac{90°}{2} \Rightarrow x = 45°$

c) $5x+x+x+5° = 180° \Rightarrow 7x+5° = 180° \Rightarrow 7x = 180°-5° \Rightarrow x = \frac{175°}{7} \Rightarrow x = 25°$

d) No triângulo ABD, temos:

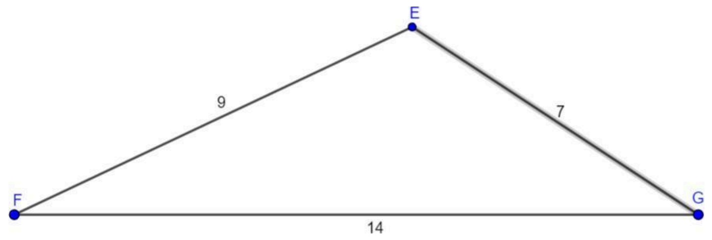
$25°+136°+y = 180° \Rightarrow y+161° = 180° \Rightarrow y = 180°-161° \Rightarrow y = 19°$.

Sendo x suplementar a 136°, obtemos: $136°+x = 180° \Rightarrow x = 180°-136° \Rightarrow x = 44°$.

Assim, pelo teorema do ângulo externo:

$$25° + 19° + z = 81° \Rightarrow z + 44° = 81° \Rightarrow z = 81° - 44° \Rightarrow z = 37°.$$

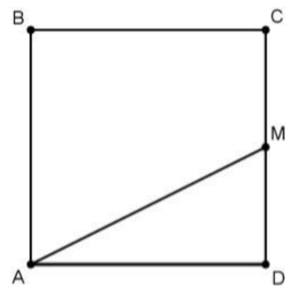
1. Determine a área do triângulo a seguir:



R: Utilizando a formula do cálculo da área pelo perímetro, temos que o perímetro é: P = 9 + 7 + 14 = 30. Assim, seu semi-perímetro é $p = \frac{30}{2} = 15$. Sendo assim, a área é:

$A_t = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15(15-9)(15-7)(15-14)} = \sqrt{15 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 1} = \sqrt{720} \cong 27$ um^2 (unidade de medida).

2. O quadrado da figura tem área 64 cm^2. Se M é o ponto médio do lado CD, determine a área do triângulo AMD.



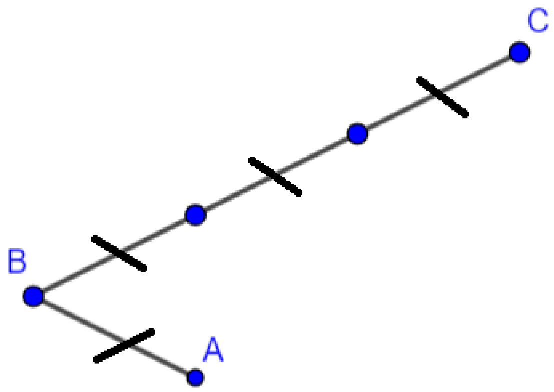
R: Se o quadrado tem área de 64 cm^2, então cada lado tem 8 cm, pois $8 \cdot 8 = 64$. Dessa forma, sendo M o ponto médio, o segmento MD tem 4 cm.

O triângulo tem base 8 cm e altura 4 cm, e sua área é: $A = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$ cm^2.

3. A mãe de Valentina comprou-lhe um vestido branco para sua Primeira Eucaristia. O vestido custava R$130,00, no entanto, ela recebeu um desconto e pagou apenas R$100,00. Qual é o porcentual do desconto? De quanto foi esse desconto?

R: $130 \cdot x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{130} = 0,77 = 77\%$ de desconto.

4. A distância do ponto A ao ponto B é de 8,2 km. Nessas condições, qual é a distância do ponto B ao ponto C em metros?



R: Como cada segmento possui 8,2 km de comprimento, e todos têm o mesmo comprimento, a distância de B até C é três vezes maior que de B até A: BC = 3 · BA => BC = 3 · 8,2 = 24,6 km = 24.600 metros.

5. O tanque de combustível de um veículo (reservatório) tem 80 cm de comprimento, 35 cm de largura e 20 cm de altura. Supondo que o reservatório estivesse cheio, após uma viagem foram gastos 3/4 de sua capacidade. Quantos litros restaram no reservatório?

a) 14
b) 16
c) 18
d) 20
e) 22

R: O volume do tanque é: V = 80 · 35 · 20 = 56.000 cm^3, que são 56 dm^3, e, consequentemente, 56 l. Dessa forma, ¾ do $\frac{3}{4} \cdot 56 = 42$, restando tanque valem: apenas 56 – 42 l = 14 l no reservatório. Alternativa a.

Lição 143 – Avaliação geral – Parte I

1. Com a instituição do Conjunto dos Inteiros, que operação passou a ser realizada sem restrição? Explique-o.

R: A subtração, pois é possível obter resultados negativos, já que eles pertencem ao Conjunto dos Inteiros

2. Realize as operações abaixo e faça a prova real em todos os itens:

a) 5.578 + 897.654 + 4
R: 903.236 => 903.236 – 897.654 –
4 = 5.578

b) 897 – 798
R: 99 => 99 + 798 = 897

c) 475 . 312

R: 148.200 => = 475

148.200

312

d) 204 : 17
R: 12 => 12 · 17 = 204

e) 4.199 : 19

R: 221 => 221 · 19 = 4.199

f) $3 . \sqrt{25} + 4 : 2^2$

R: 16 => 16 – 1 = 15 => $\frac{15}{\sqrt{25}}$ = 3

g) $(4 + 3 . 2)^5 + \sqrt{100}$
R: 100010 => 100010 – 10 = 10^5 = (4
$+ 3 . 2)^5$

h) $5^2 . 3 - 6^2 : 2$
R: 57 => 57 + 6^2 : 2 = 5^2 . 3

i) $[\, 2 . 4^3 - 3^2 . 3 . 3^0 - 5^0] : 10^2$
R: 1 => 1 · 10^2 = [2 . 4^3 – 3^2 . 3 . 3^0 –
5^0]

j) $\sqrt{4} . (4^3 - 3^2) : (3^2 + 3^1 - 3^0) - 2^3$

R: 2 => (2 + 2^3) · (3^2 + 3^1 – 3^0) = $\sqrt{4}$.
(4^3 – 3^2)

3. Se $a = -2$ e $c = 5$, então a^c é igual a:

a) 32
b) – 32
c) 10
d) – 10

R: $a^c = (-2)^5 = -32$. Alternativa b.

4. Resolva as expressões numéricas:

a) 0,24 + 0,3 – 0,1
R: 0,44

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

R: $\frac{11}{15}$

c) 1,53 – 2,58

e) $\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{5}{7}\right)$

R: $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

f) $\left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{12}{5}\right) + \left(-\frac{17}{5}\right)$

R: $\frac{25}{5}$ = 5

R: -1,05

d) $(+\frac{2}{5}) + (-\frac{7}{5}) -$

R: $-\frac{5}{5} = -1$

g) (– 6,41) – (+ 9,882)

R: -16,292

$(-\frac{9}{5}) + (-\frac{5}{3}$

R: $\frac{52}{15}$

h)

5

i) $(-1{,}47) + (-2{,}5) + (-0{,}03)$

R: -4

j) $1{,}2 \cdot 1{,}2$

R: 1,44

k) $4{,}05 \cdot (-2{,}2)$

R: -8,91

l) $3{,}2 \cdot 3{,}5 \cdot 1{,}4$

R: 15,68

m) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

R: $\frac{2}{15}$

n) $\left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$

R: $\frac{70}{42} = \frac{35}{21}$

o) $\left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{15}{6}\right)$

R: $\frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

p) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$

R: $-\frac{10}{}$ $\frac{5}{12}$

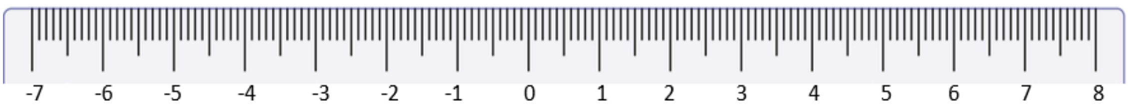
q) $0{,}2 \cdot \frac{2}{5}$

R: $\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

r) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}2$

R: $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

5. Represente na reta numérica abaixo os pontos listados a seguir:



a) A = 0,5

b) B = 1,5

c) C = – 2,5

d) D = – 6,5

e) E = 4,3

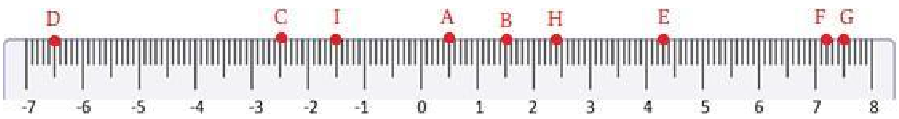
R:

f) F = 7,2

g) G = $\frac{15}{2}$

h) H = $\frac{12}{5}$

i) I = $-\frac{15}{10}$



6. Diga, sem realizar as divisões, quais números são decimais exatos e quais são dízimas periódicas:

a) $\frac{3}{2}$

R: Decimal exato.

b) $-\frac{15}{7}$

R: Dízima periódica

c) $\frac{211}{10}$

R: Decimal exato.

d) $\frac{7}{20}$

R: Decimal exato.

e) $-\frac{7}{4}$

R: Decimal exato.

f) $\frac{10}{5}$

R: Decimal exato.

g) $-\frac{15}{12}$

R: Decimal exato.

h) $-\frac{6}{9}$

R: Dízima periódica

i) $-\frac{34}{99}$

R: Dízima periódica

7. Bernardo tem em seu bolso apenas moedas de 10, 25 e 50 centavos, num total de quarenta e duas moedas. Sabe-se ainda que o número de moedas de 25 centavos é menor em 5 unidades em relação ao número de moedas de 50 centavos, e que o número de moedas de 10 centavos excede em 8 unidades as de 50 centavos. Qual é a quantia, em reais, que Bernardo tem no bolso?

R: Adotando o número de moedas de 50 centavos como x, temos que o número de moedas de 25 centavos é (x – 5) e o de 10 centavos (x + 8). Assim, sabendo que o total de moedas é 42, temos: x + (x – 5) + (x + 8) = 42 => 3x + 3 = 42 => x = 13.

Portanto o número de moedas de 50 centavos é 13, de 25 é 8, e de 10 é 21. Dessa forma, o valor, em reais que Bernardo tem é: 13 · 0,5 + 8 · 0,25 + 21 · 0,1 = R$ 10,60.

8. Um número somado à sua quarta parte é igual a 80. Qual é esse número?

R: $x + \frac{x}{4} = 80 \Rightarrow \frac{5x}{4} = 80 \Rightarrow 5x = 80 \cdot 4 \Rightarrow x = \frac{320}{5} \Rightarrow x = 64.$

9. Três números consecutivos somam – 72. Quais são esses três números? R: (x – 1) + x + (x + 1) = -72 => 3x = -72 => x = - 24.

10. Vamos representar por *x* o número de carros e por *y* o número de motos que há em um estacionamento. Escreva uma equação que expresse cada uma das seguintes

situações:

a) No estacionamento há, ao todo, 20 veículos.
R: $x = 20$

b) O número de carros é igual ao triplo do número de motos.

R: $x = 3y$

c) O número de carros supera o número de motos em 12.

R: $x = y + 12$

d) A metade do número de carros é igual a cinco vezes o número de motos.

R: $\frac{x}{2} = 5y$

e) No estacionamento há, ao todo, 42 rodas.

R: $4x + 2y = 42$

Lição 144 – Avaliação geral – Parte II

1. Um conjunto de três impressoras industriais, todas iguais, é capaz de imprimir 2.400 folhas em uma hora, caso as três máquinas trabalhem juntas. Quantas folhas serão produzidas se forem utilizadas oito dessas impressoras?

R: Sendo que 3 impressoras imprimem 2400 folhas por hora, cada uma delas imprime $\frac{2400}{3} = 800$ folhas por hora.

Assim, com 8 impressoras, a produção será de $8 \cdot 800 = 6400$ folhas por hora.

2. Um navio foi abastecido com comida suficiente para alimentar 14 pessoas durante 45 dias. Se 18 pessoas embarcarem nesse navio, para quantos dias, no máximo, as reservas de alimentos serão suficientes?

R: Utilizando a regra de 3, temos:

$$\begin{array}{cc} 45 & 14 \\ x & 18 \end{array}$$

entretanto, como o número de dias diminui com o aumento de pessoas, é necessário inverter os valores, obtendo:

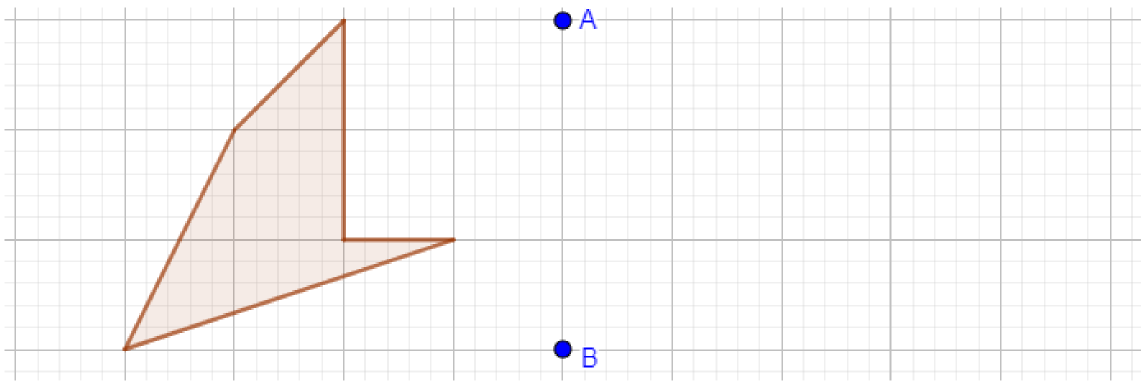
$$\begin{array}{cc} 45 & 18 \\ x & 14 \end{array}$$

Dessa forma, $18x = 45 \cdot 14 \Rightarrow x = 35$ dias.

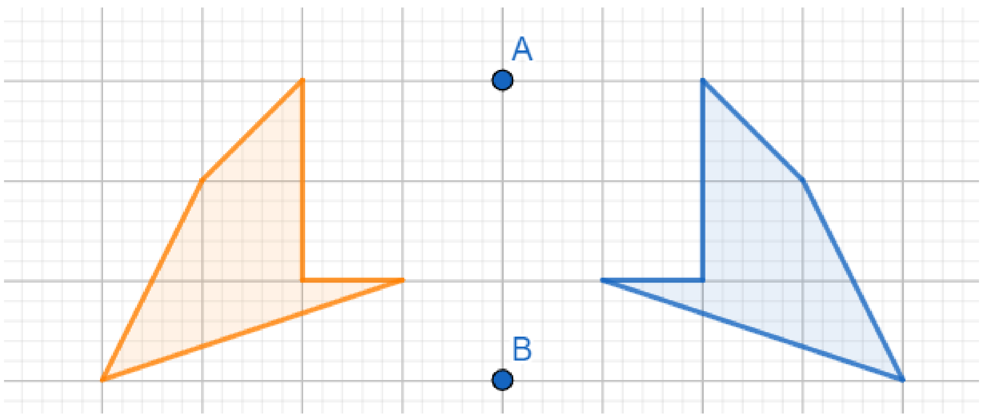
3. Um livro tem 150 páginas, cada página tem 36 linhas, e cada linha tem 50 letras. Se quisermos escrever o mesmo texto em 250 páginas, quantas letras deverá haver em cada linha para que cada página tenha 30 linhas?

R: $150 \cdot 36 \cdot 50 = 250 \cdot 30 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{270.000}{7.500} \Rightarrow x = 36$ letras por linha.

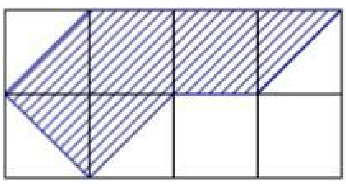
4. Desenhe a reflexão através do eixo de simetria que contém os pontos A e B.



R:



5. Na figura abaixo, temos um retângulo formado por oito quadrados de 4 cm^2 de área. Determine a área do hexágono hachurado.



R: Sabendo que a área de cada quadrado é 4 cm^2, e que o hexágono apresenta 4 quadrados (2 quadrados, e 4 triângulos, que são metade de quadrado), a área total do hexágono é: $4 \cdot 4 = 16$ cm^2.

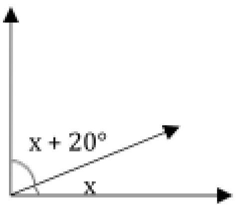
6. Podemos construir um triângulo com segmentos de 4 cm, 5 cm e 9 cm? Por quê? R: Não, pois os comprimentos de lados não satisfazem a condição, onde 4 + 5 > 9.

7. Qual é a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular?

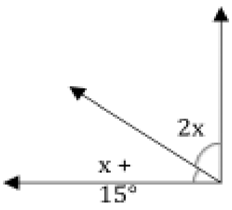
R: 108°

8. Calcule x e y sabendo que os ângulos são complementares:

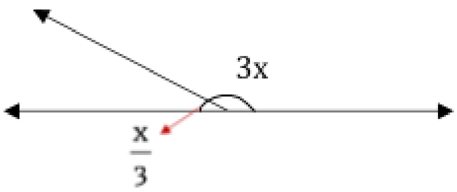
a)



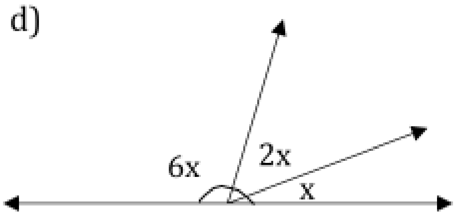
b)



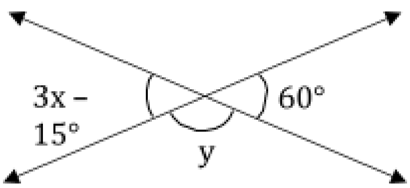
c)



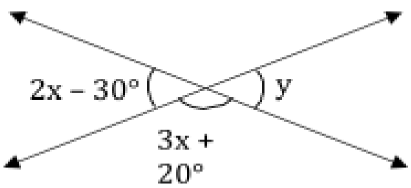
d)



e)



f)



R: a) $x + 20° + x = 90° \Rightarrow 2x = 90° - 20° \Rightarrow x = \underline{70°} \Rightarrow x = 35°$.

2

b) $2x + x + 15° = 90° \Rightarrow 3x = 90° - 15° \Rightarrow x = \underline{75°} \Rightarrow x = 25°$.

3

c) $3x + \underline{x} = 180° \Rightarrow \underline{3x} + \underline{x} = 180° \Rightarrow \underline{9x + x} = 180° \Rightarrow 10x = 180° * 3 \Rightarrow x = \underline{540°} = 54°$.

3 1 3 3 10

d) $6x + 2x + x = 180° \Rightarrow 9x = 180° \Rightarrow x = \frac{180°}{9} \Rightarrow x = 20°$.

e) Pelo teorema dos ângulos O.P.V., temos:

$3x - 15° = 60° \Rightarrow 3x = 60° + 15° \Rightarrow x = \frac{75°}{3} \Rightarrow x = 25°$, e, sendo y suplementar a 60°, temos:

$$y + 60° = 180° \Rightarrow y = 180° - 60° \Rightarrow y = 120°$$

f) Sendo 2x - 30° suplementar a 3x + 20°, podemos determinar x:

$2x - 30° + 3x + 20° = 180° \Rightarrow 5x - 10° = 180° \Rightarrow 5x = 180° + 10° \Rightarrow x = \frac{190°}{5} \Rightarrow x = 38°$.

Assim, pelo teorema dos ângulos O.P.V., temos que:

$$2x - 30° = y \Rightarrow 2 * 38° - 30° = y \Rightarrow y = 76° - 30° \Rightarrow y = 46°$$

9. Joãozinho gastou a metade do dinheiro que tinha com um presente que comprou para a sua mãe. Em seguida, gastou 30% do que lhe restou, na compra de um jogo, e ainda ficou com R$ 63,00. Quantos reais tinha Joãozinho antes das compras?

R: Fazendo o processo inverso, temos:

63	70%
x	100%

$70x = 63 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{6.300}{70}$ = R$90,00. Agora fazendo o gasto inicial:

90	50%
y	100%

$$50y = 90 \cdot 100 \Rightarrow y = \frac{9.000}{50} = R\$180,00.$$

Assim, Joãozinho tinha, ao todo, R$ 180,00 antes das compras.

10. Em um cesto há 12 bolas de vôlei, sendo 2 brancas, 6 amarelas e 4 vermelhas. Desse cesto, ao acaso, sem olhar, uma bola é retirada. Qual é a probabilidade de essa bola ser de cor:

a) Branca?

R: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

b) Amarela?

R: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

c) Vermelha?

R: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$