Instituto Cidade de Deus

Gabaritos - Matemática

Volume 1

Lição 1: Noções de Lógica

1)

a) Santo Agostinho, Santo Isidoro de Sevilha, São Jerônimo.

b) Santo Agostinho diz que os números são imutáveis, que não perdem sua essência, independentemente de quem os utiliza e de como os utiliza.

c) Para Santo Agostinho o número 153 significa 17. Significa 17 porque a soma de 1 + 2 + 3

+ ... + 17 resulta em 153. Para o Santo isso é de grande significado porque a Igreja sempre creu que aqueles 153 peixes pescados pela rede representavam os homens eleitos, aqueles a quem os discípulos pescariam para o céu. Mas como são esses homens? São todos aqueles que vivem conforme o número 17, isto é, 10 + 7: conforme os 10 Mandamentos e os 7 Dons do Santo Espírito!

d) O objetivo da matemática é permitir que, quem a estuda, chegue a adquirir tal perfeição neste conhecimento que possa ser introduzido aos estudos da metafísica, que assim como a matemática, trata de coisas abstratas. Também faz com que o estudante percebendo a imutabilidade dos números conclua que, por exemplo, também a moral é imutável, também Deus é imutável, também a Igreja é imutável. A matemática é um caminho para conhecer Nosso Senhor!

e) Para que os estudos tragam proveito às almas é preciso ter intimidade com Nosso Senhor Jesus Cristo, pedindo-Lhe que Ele próprio ensine tudo. Além disso, humildade e dedicação!

2) Por hipótese temos que n^2 é ímpar. Para provarmos por Absurdo, vamos tomar n par, isto é

$n = 2k$. Então

$n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2.2k^2 = par$

Logo, é um Absurdo, pois por hipótese temos que n^2 é ímpar e chegamos que n^2 é par. Portanto, se n é inteiro e n^2 é ímpar então n é ímpar como queríamos demonstrar.

3) Axiomas Noções – comum

Da tradição matemática em expressar o que de verdade, valor, princípio; da norma culta.

Axioma é uma (verdade assumida do depósito de) noção comum declarada explicitamente sob forma de sentença verdadeira.

Na inteligência, atua no nível da Noção, resultado de coisa evidente, cuja evidência é suficiente para aceitação da verdade.

Administração: é para afirmação da verdade.

Necessidade: de dupla necessidade; para construção de teoria para aceitação de teorema. Conflito: só pode ser recusada pela vontade.

4) Teoremas

Conceitos formais da verdade.

Da tradição em matemática, próprio de expressão, normativo.

Teoremas é de noção transmitida pelo conhecimento sob forma de conclusão da verdade; o conhecimento é de pouca ou nenhuma evidência; é auxiliada por axioma.

Na inteligência, atua no nível do Entendimento: “eu vi, eu entendi.” Administração: é para afirmação de grande importância.

Próprio:

- Proposição é um teorema simples em matéria de pouca matemática.
- Lema é um teorema preliminar
- Corolário é como chamamos a consequência de um teorema.

Axiomas: são teses de apoio para um teorema.

5) Demonstração Matemáticas Demonstração é modalidade de prova.

Prova é o de efeito irresistível à vontade e infalível na inteligência. Demonstra-se a verdade e seu oposto excluído, a falsidade.

Prova direta e indireta.

Diretamente provamos que é verdadeira usando axiomas.

Indiretamente por teses (coleção de axiomas), teoremas e construções lógicas.

Destas últimas, tem-se: por indução, por contradição, por contraposição, por exaustão.

Lição 2: Eixos da Matemática

6) Resumo sobre números

Discute-se assim: sua essência, substância, registro e modelos.

A essência de número é a ideia pura, intelectual, de acesso direto na inteligência, não podendo ser

pelos sentidos. Não sendo material, número não tem forma.

A substância de um número é quanto a natureza da ideia: a primeira é uma ideia de quantidade; substância de quantidade, de que o número está sujeito a contagem.

Em sentido próprio, a forma não é do número, mas sim do registro do número, que chamamos NUMERAL. O que produz e sabe matemática diz sem prejuízo "número" e entende tratar-se de numeral. É necessário e suficiente esse entendimento. O emprego correto da palavra está proibido sob pena de espírito pedante e escrupulosa.

Números temos 6 modelos que são os 6 conjuntos numéricos. Assim, temos: O modelo de número **natural**: ideia pura de quantidade;

Inteiro: ideia pura de quantidade e distância;

Racional: quantidade, distância, que resulta de comparação;

Irracional, real, complexo.

7) Se n é inteiro e seu quadrado é ímpar, então n também é ímpar. Por hipótese, supomos que n é par.

Ser par é ser múltiplo de 2: $n = 2K, K \in \mathbb{Z}$

Ou seja: $n^2 = 2K + 1$, $K \in \mathbb{Z}$

Sendo $n = 2K$ par $n^2 = (2K)^2$

$n^2 = (2K)^2$ $n^2 = 4K^2$

$n^2 = 2(2K^2)$

K é inteiro e $2K^2$ é par qualquer que seja K^2 e $2(2K^2)$ é também par pois é múltiplo de 2. Logo, é absurdo n ser par pois sendo seu quadrado ímpar, n é ímpar.

Lição 3 - Teoria dos Conjuntos

1) Dê os elementos dos seguintes conjuntos:

$A = \{x \;/\; x \text{ são as letras da palavra vaticano}\}$

$B = \{x \;/\; x \text{ são as cores da bandeira brasileira}\}$

$C = \{x \;/\; x \text{ são os principais princípios do universo}\}$

$D = \{x \;/\; x \text{ é um número tal que } y^2 - 5y + 6 = 0\}$

$A = \{v, a, t, i, c, n, o\}$

B $= \{verde, amarelo, azul, branco\}$

C$= \{ser, movimento, verdade\}$

$D = \{2, 3\}$

2) Descreva por meio de uma propriedade característica dos elementos cada um dos conjuntos seguintes:

$A = \{x \;/\; x \in \mathbb{N}\}$

$B = \{x \;/\; -3 \leq x \leq 5\}$

$C = \{x \;/\; x \text{ são os conselhos evangélicos}\}$

$D = \{x \;/\; x \text{ são as virtudes teologais}\}$

$E = \{x \;/\; x \text{ são os múltiplos de } 10\}$

3) Classifique em conjunto vazio ou conjunto unitário:

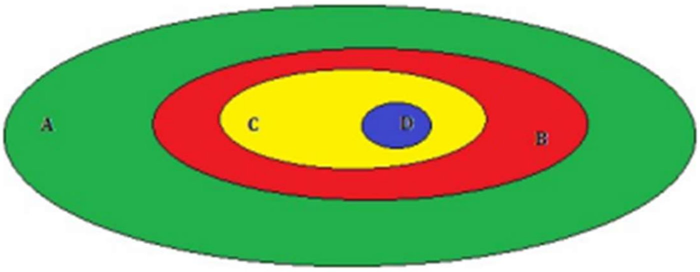
a) Conjunto Unitário b) Conjunto Vazio c) Conjunto Unitário d) Conjunto Vazio e) Conjunto Vazio

Lição 4: Operações com Conjuntos

1. Dados A={1,2}, B={2,3}, C={1,3,4} e D={1,2,3,4}, classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) cada sentença abaixo e justifique.

a) V, pois $1 \in A$, $1 \in D$, $2 \in A$ e $1 \in D$.
b) F, pois $1 \in A$ e $1 \notin B$.
c) F, pois $2 \in B$ e $2 \notin C$.
d) V, pois $2 \in B$, $2 \in D$, $3 \in B$ e $3 \in D$.
e) F, pois $2 \in D$ e $2 \notin C$.
f) V, pois $2 \in A$, $2 \notin C$.

2. Faça um diagrama de Venn que simbolize a situação seguinte: A, B, C, D são conjuntos não vazios e $D \subset C \subset B \subset A$.



3. Construa o conjunto das partes do conjunto A = {b, e, n, t, o}.

P(A) = {{∅}, {b}, {e}, {n}, {t}, {o}, {b, e}, {b, n}, {b, t}, {b, o}, {e, n}, {e, t}, {e, o}, {n, t}, {n, o}, {t, o}, {b, e, n}, {b, e, t}, {b, e, o}, {b, n, t}, {b, n, o}, {b, t, o}, {e, n, t}, {e, n, o}, {e, t, o}, {n, t, o}, {b, e, n, t}, {b, e, n, o}, {b, e, t, o}, {b, n, t, o}, {e, n, t, o}, {b, e, n, t, o}}.

Lição 5: Conjuntos Numéricos (ñ tem exercícios)

Lição 6: Conjuntos Numéricos - Conjunto dos Números Irracionais

1. Dados os conjuntos A={a,b,c}, B={c,d} e C={c,e}, determine:
   a) $A \cup B = \{a, b, c, d\}$
   b) $A \cup C = \{a, b, c, e\}$

c) $B \cup C = \{c, d, e\}$
d) $A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e\}$

2. Demonstre que $A \subset (A \cup B)$, para todo A.
Dica: $x \in A \Rightarrow x \in A$ *ou* $x \in$ B

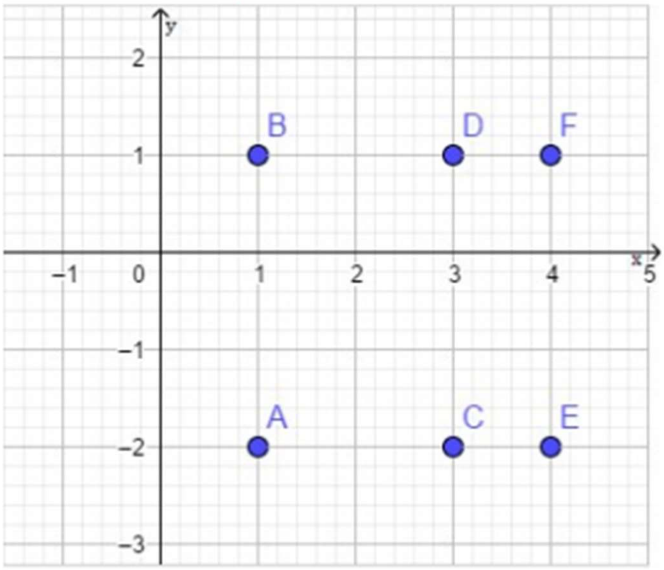
3. Dados os conjuntos $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,4\}$ e $C=\{1,2,4\}$, determine o conjunto X
$X = \{1, 2\}$

4. Sabe-se que $A \cup B \cup C=\{n \in \mathbb{N} \ /1 \leq n \leq 10\}$, $A \cap B=\{2,3,8\}$, $A \cap C=\{2,7\}$, $B \cap C=\{2,5,6\}$ e $A \cup B=\{ n \in N \ /1 \leq n \leq 8\}$. Determine o conjunto C.

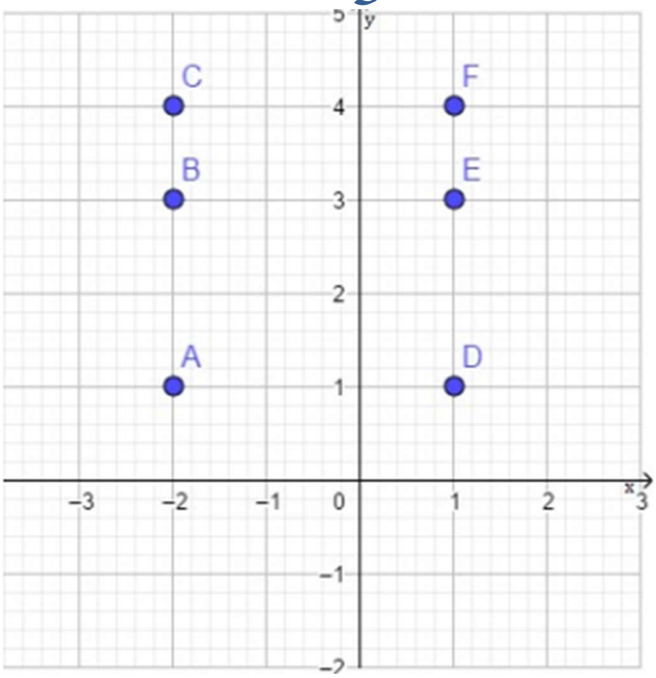
$C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$

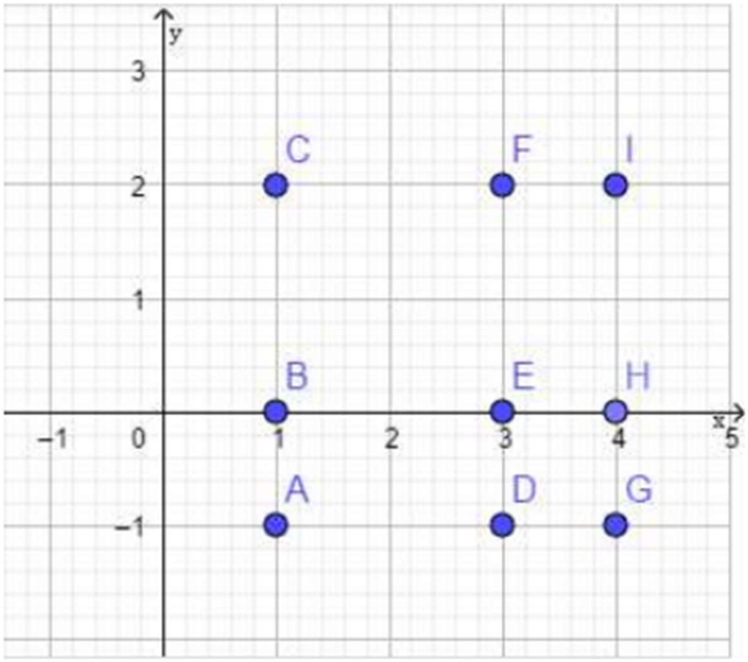
Volume 2
Lição 7: Plano Cartesiano

1. a) $A \ x \ B = \{(1, -2), (1, 1), (3, -2), (3,1), (4, -2), (4, 1)\}$

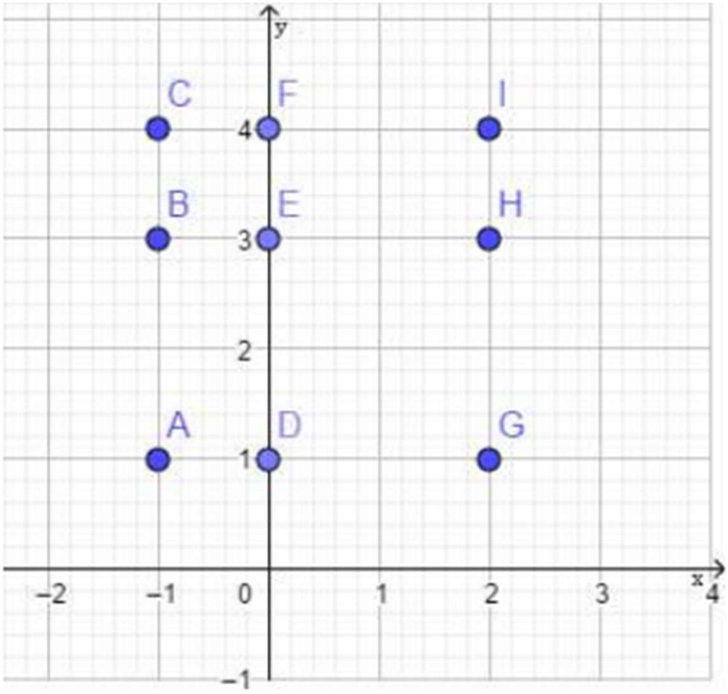


b) $B \ x \ A = \{(-2, 1), (-2, 3), (-2, 4), (1, 1), (1, 3), (1, 4)\}$
c) $A \ x \ C = \{(1, -1), (1, 0), (1, 2), (3, -1), (3, 0), (3, 2), (4, -1), (4, 0), (4, 2)\}$

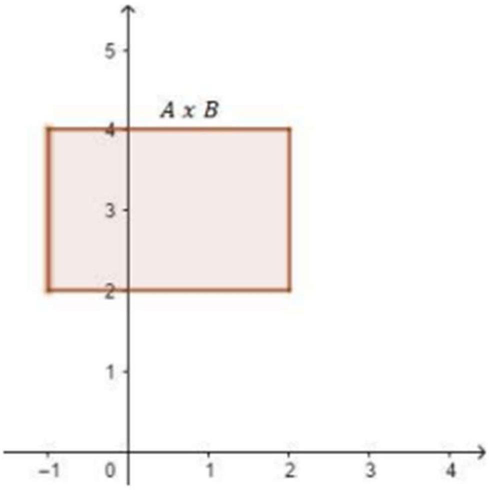


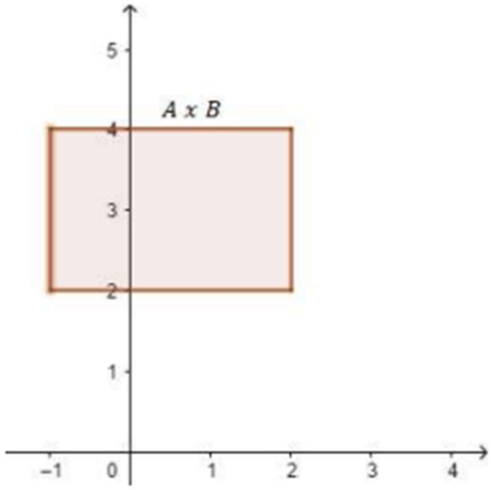


d) $C \; x \; A$ = {(−1, 1), (−1, 3), (−1, 4), (0, 1), (0, 3), (0, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4)}

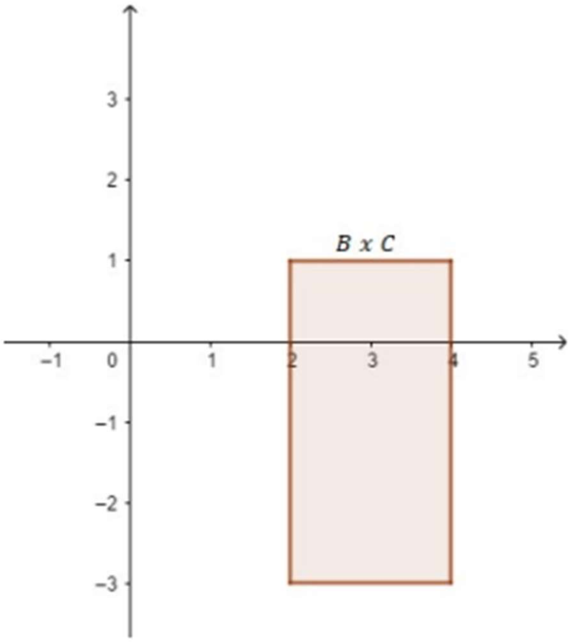


2. a)

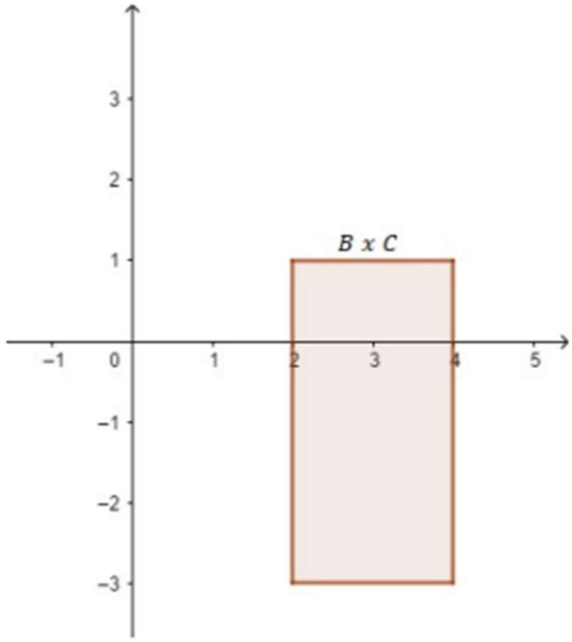




b)



c)



d)

Lição 8: Introdução às funções

1. Considere a função f : X → Y pelo diagrama e determine:

a) *Domínio*: $x = \{3, 4, 5, 6\}$.
b) $Im(f) = \{1, 3, 7\}$.
c) $f(4) = 1$.
d) $y = 7$.
e) $x = 6$.
f) $x = 3$ ou $x = 4$.
g) $f(x) = 3$.
h) $y = 1$.
i) $x = 5$.

2. Quais dos seguintes diagramas representam uma função de **A** em **B**. Identifique o domínio, o contradomínio e a imagem, e classifique-as como injetora, sobrejetora e bijetora

a) Função injetora.
Domínio: $A = \{2, 3, 4, 5\}$
Contradomínio: $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
Imagem: $Im(f) = \{0, 1, 2, 3\}$

b) Não é uma função.

c) Função sobrejetora.
Domínio: $A = \{-1, 0, 1\}$.
Contradomínio: $B = \{0, 1\}$.
Imagem: $Im(f) = \{0, 1\}$.

d) Função bijetora.
Domínio: $A = \{1, 3, 4\}$.
Contradomínio: $B = \{2, 6, 8\}$.
Imagem: $Im(f) = \{2, 6, 8\}$. 19

e) Não é uma função.

f) Nem injetora, nem sobrejetora.
Domínio: $A = \{2, 5, 10, 20\}$
Contradomínio: $B = \{0, 1, 2\}$ I
magem: $Im(f) = \{0\}$

3. Escreva a notação das seguintes funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ abaixo:

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 3x$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x^2$

c) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x3 + 3$

d) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 10$

e) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x/2$

4. Seja f a função de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$ definida por $f(x)=7x - 3$. Calcule:

a) $f(-1) = -10$ b) $f(3) = 18$ c) $f(0) = -3$ d) $f(\ 1) = -2$

5.Seja f a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x2+ 3x - 2$. Calcule

a) $f(1) = 2$

b) $f(-3) = -2$

c) $f(0) = -2$

d) $f\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{19}{16}$

e) $f(\sqrt{5}) = 3 + 3\sqrt{5}$

f) $f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{32}{9}$

6. a) $\sqrt{6} + 3$
b) $\sqrt{7} - 3 + 3 = \sqrt{7}$
c) 2
d) 2
e) $\sqrt{5} + 3$
f) 2

Lição 9: Função Injetora (Injetiva)

1. Seja a função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x)=2x-35$. Qual é o elemento do domínio que tem -34 como imagem?

Precisamos descobrir o valor de x tal que $f(x) = -\frac{3}{4}$, então temos que

$$\frac{2x-3}{5} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 4(2x-3) = -3\,.\,5 \Leftrightarrow 8x - 12 = -15 \Leftrightarrow 8x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{8}$$

Portanto,

$$x = \frac{-3}{8}$$

2. A função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ é tal que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(3x)=3f(x)$. Se $f(9)=45$, calcule $f(1)$.

$f(1) = 5$.

3. Dê o domínio das seguintes funções reais:

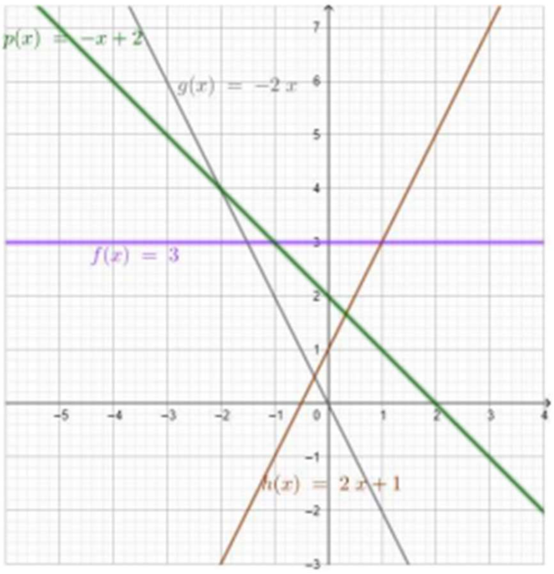
a) $D = \mathbb{R}$
b) $D = \mathbb{R}$
c) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 0\}$
d) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 2\}$
e) $D = \mathbb{R} - \{2, 2\}$
f) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -1\}$
g) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -2\}$
h) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 3\}5$
i) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq -2 \text{ } e \text{ } x \neq 2\}$
j) $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 2 \geq x \text{ } ou \text{ } x \geq 2\}$

4. As funções f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\sqrt{x^2}$ e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $g(x)=x$ são iguais? Justifique.

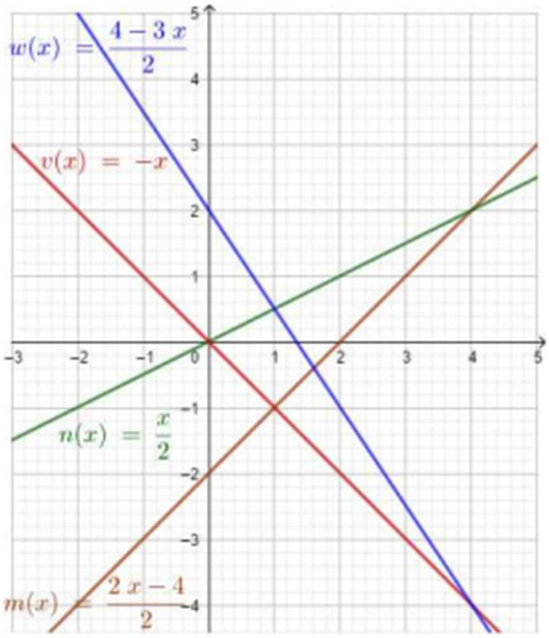
Não são iguais, pois para $x < 0$ temos $\sqrt{2} \neq x$.

Lição 10: Função Constante e Função Afim

1. Representação gráfica da $f(x) = 3$, $g(x) = -2x$, $h(x) = 2x + 1$ e $p(x) = -x + 2$.

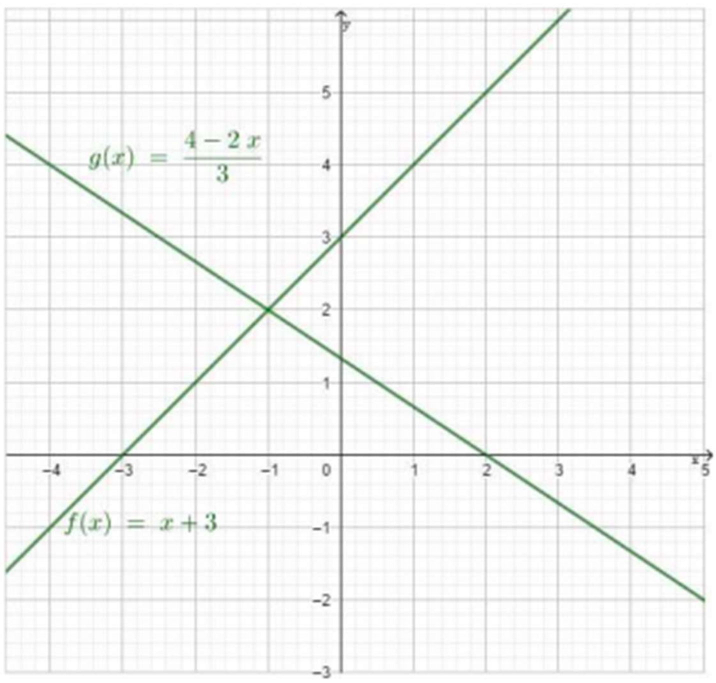


Representação gráfica da $m(x) = \frac{2x-4}{2}$, $n(x) = \frac{x}{2}$, $v(x) = -x$ e $w(x) = \frac{4-3x}{2}$.



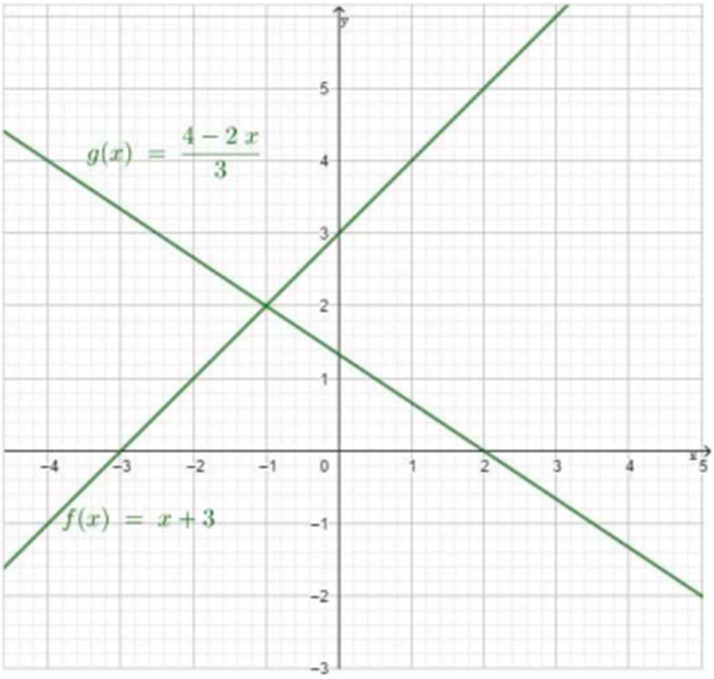
2)

a) $x = -1$ e $y = 2 \Leftrightarrow (-1, 2)$

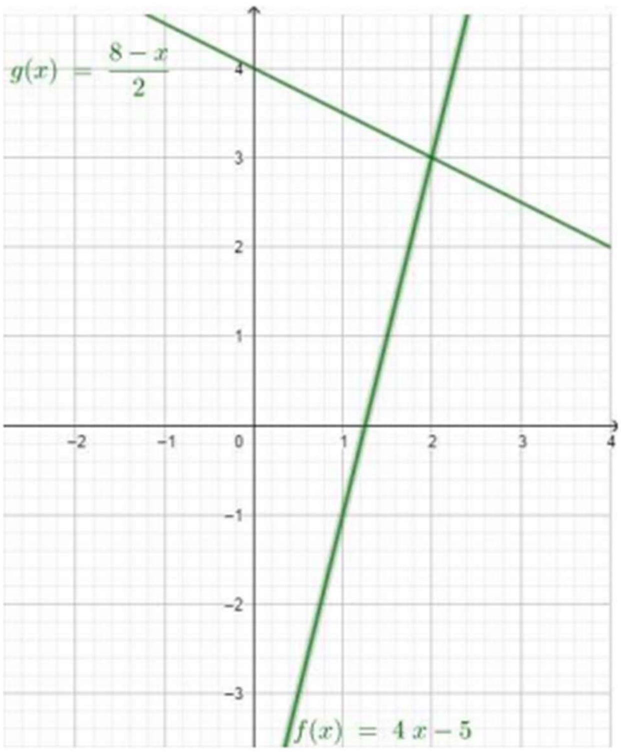


2)

a) $x = -1$ e $y = 2 \Leftrightarrow (-1, 2)$



c) $x = 2$ e $y = 3 \Leftrightarrow (2, 3)$



3) Monte um sistema utilizando os pares ordenados: $(3, 1)$ e $(-1, -2)$ tal que

$(3, 1)$ pertence à reta $y = ax + b$ então temos que $1 = 3a + b$

$(-1, -2)$ pertence à reta $y = ax + b$ então temos que $-2 = -a + b$

Com isso,

$$\begin{cases} 3a + b = 1 \\ -a + b = -2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos que $a = \frac{3}{4}$ e $b = \frac{-5}{4}$.

Com isso, a **Equação da Reta:** $f(x) = \frac{3x - 5}{4}$

4) Equação da Reta: $f(x) = 2x + 1$.

5) Equação da Reta: $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$.

6)

a) Crescente

b) Decrescente

c) Decrescente

d) Crescente

e) Decrescente

f) Crescente

7)

a) $\boldsymbol{Eixo\ X}: (-3, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}: (0, 3)$

b) $\boldsymbol{Eixo\ X}: (\frac{1}{2}, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}: (0, -2)$

c) $\boldsymbol{Eixo\ X}: (0, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}: (0, 0)$

d) $\boldsymbol{Eixo\ X}: (-\frac{25}{4}, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}: (0, \frac{5}{4})$

e) $\boldsymbol{Eixo\ X}: (\frac{4}{3}, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}: (0, -2)$

7)

a) $\boldsymbol{Eixo\ X}$: $(-3, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}$: $(0, 3)$

b) $\boldsymbol{Eixo\ X}$: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}$: $(0, -2)$

c) $\boldsymbol{Eixo\ X}$: $(0, 0)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}$: $(0, 0)$

d) $\boldsymbol{Eixo\ X}$: $\left(-\frac{25}{4}, 0\right)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}$: $\left(0, \frac{5}{4}\right)$

e) $\boldsymbol{Eixo\ X}$: $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

$\boldsymbol{Eixo\ Y}$: $(0, -2)$

8)

a) $f\ nula \Rightarrow x = -3$

$f > 0 \Rightarrow x > -3$

$f < 0 \Rightarrow x < -3$

b) $f\ nula \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$f > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$

$f < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$

c) $f\ nula \Rightarrow x = 0$

$f > 0 \Rightarrow x < 0$

$f < 0 \Rightarrow x > 0$

d) $f\ nula \Rightarrow x = 0$

$f > 0 \Rightarrow x > 0$

$f < 0 \Rightarrow x < 0$

e) $f\ nula \Rightarrow x = \frac{1}{10}$

$f > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{10}$

$f < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{10}$

f) $f\ nula \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

$f > 0 \Rightarrow x > -\frac{4}{3}$

$f < 0 \Rightarrow x < -\frac{4}{3}$

9) $x < 3$

10)

a) $x \geq -\frac{1}{5}$

b) $x > \frac{1}{2}$

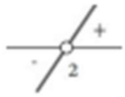
c) $\forall x \in \mathbb{R}$

Lição 10: Avaliação

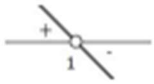
Lição 11: Inequação do 1º Grau

1)

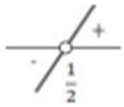
a)



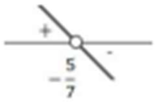
b)



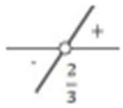
c)



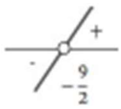
d)



e)



f)



2)

a) $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$ ou $S = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \frac{17}{9}\}$ ou $S = \{1, 0, -1, -2, -3, \dots\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq \frac{19}{20}\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$

3)

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -3\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 7\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

4)

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{3} < x < \frac{5}{3}\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 6\}$

5)

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{7}{2}\ ou\ x \geq \frac{1}{6}\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{5}{2}\ ou\ x > 2\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{5} < x \leq \frac{3}{4}\}$

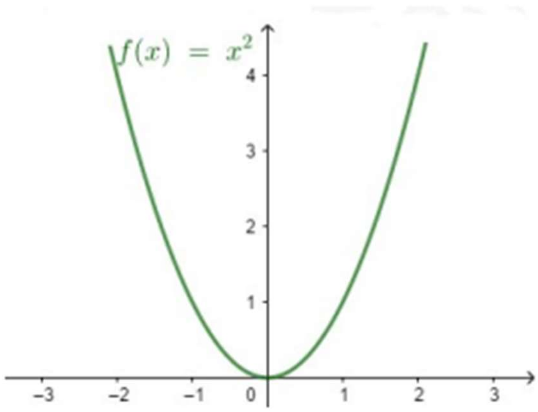
d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\ \ ou\ x > -\frac{1}{2}\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 15\}$

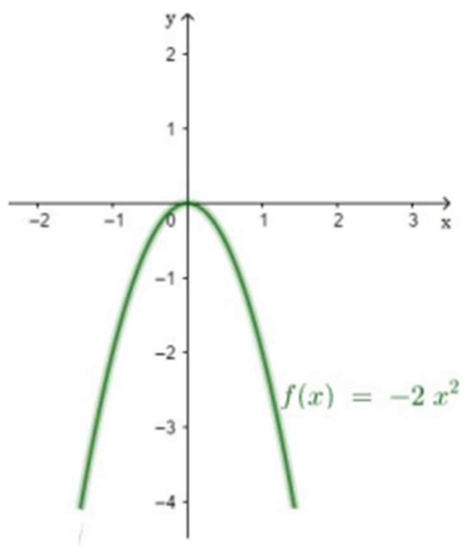
Lição 12: Função Quadrática

1)

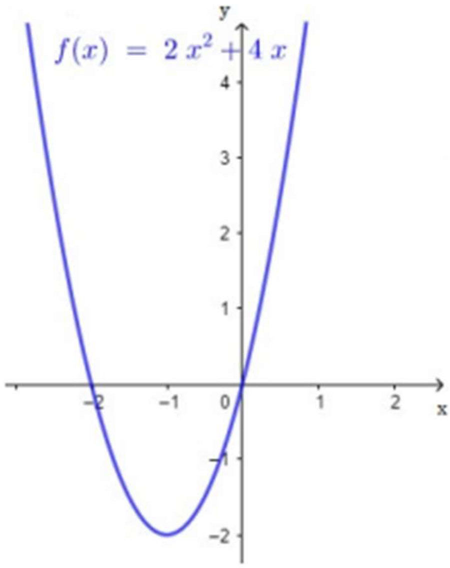
a)



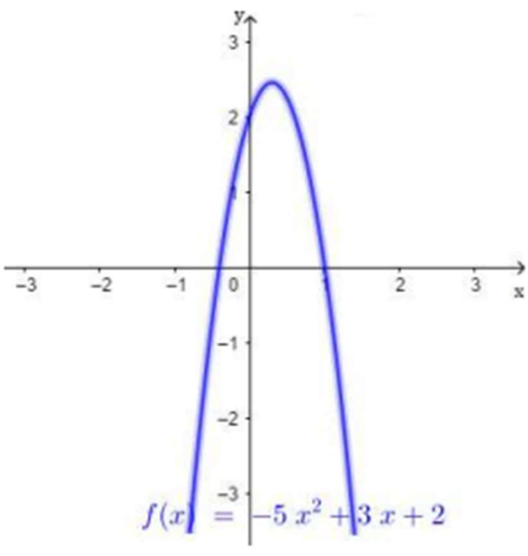
b)



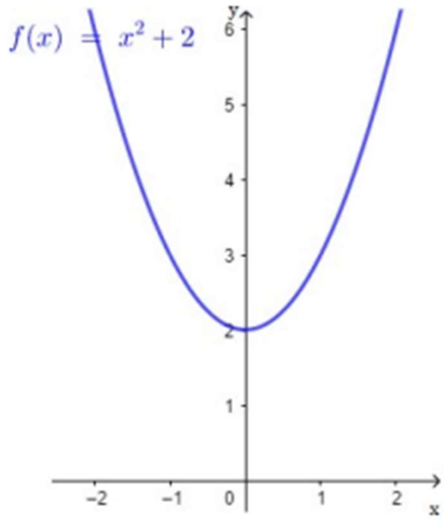
c)



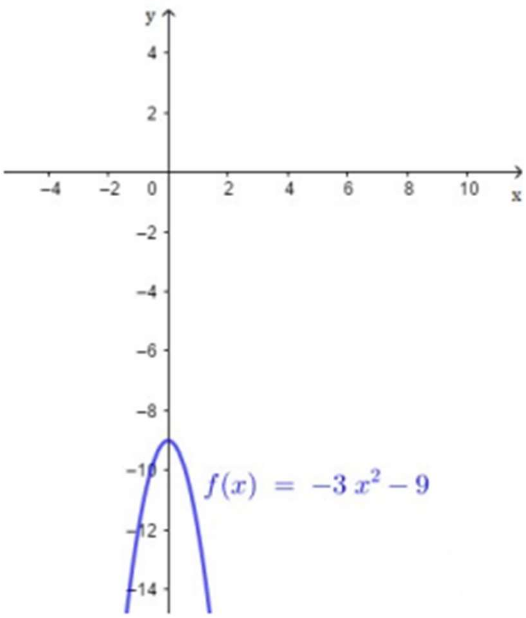
d)



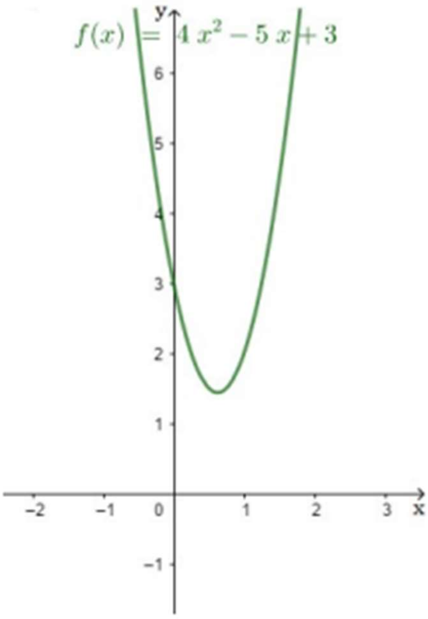
e)



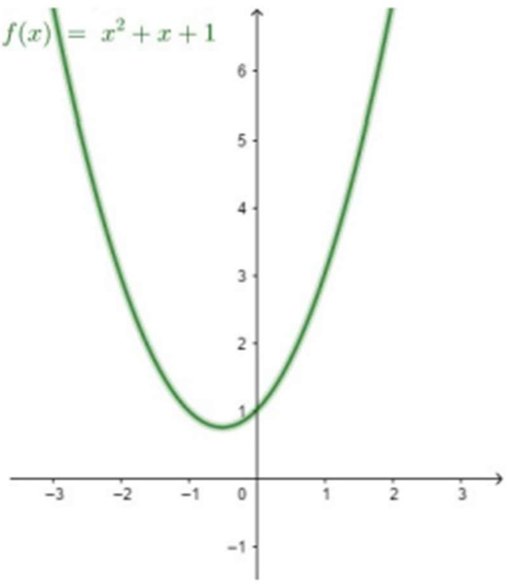
f)



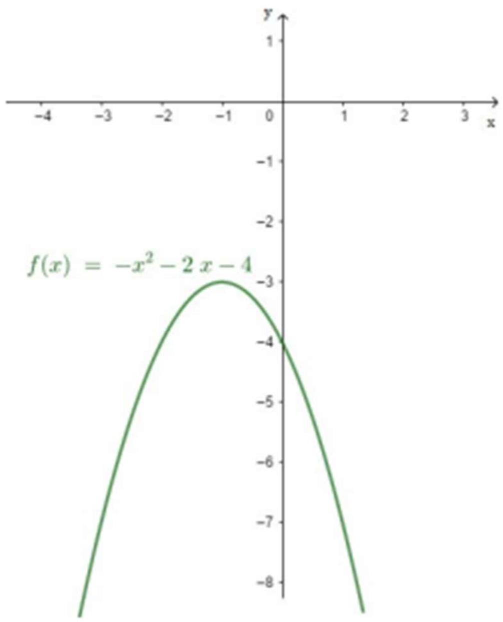
g)



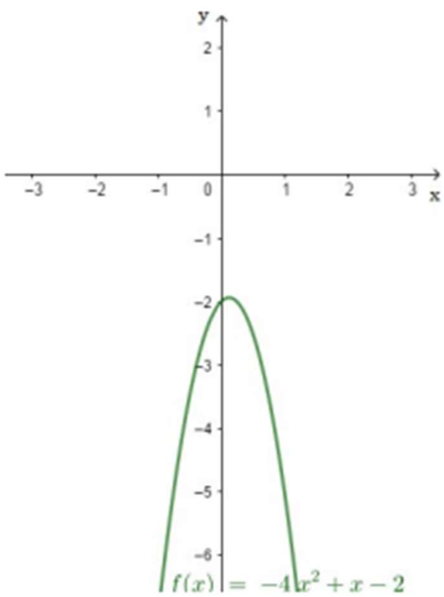
h)



i)



j)



2)

a) $\frac{k}{3} + 7 > 0 \Rightarrow \frac{k}{3} > -7 \Rightarrow k > -21.$

b) $\frac{k}{3} + 7 < 0 \Rightarrow \frac{k}{3} < -7 \Rightarrow k < -21.$

3)

a) $\Delta > 0$ (a parábola intercepta o eixo x em dois pontos).

$x_1 = 0$ e $x_2 = 4.$

$c = 0.$

b) $\Delta < 0$ (a parábola não intercepta o eixo x).

A função não possui raízes reais.

$c = -7.$

c) $\Delta = 0$ (a parábola intercepta o eixo x em um único ponto).

$x_1 = \frac{3}{4}.$

$c = 2.$

4)

a) $S = \{1,\ 2\}$

b) $S = \{\ \}$

c) $S = \{\ \}$

d) $S = \{2, -2\}$

e) $S = \{0,\ \frac{1}{4}\}$

f) $S = \{-2, -1\}$

g) $S = \{-3, -1\}$

h) $S = \{3\}$

i) $S = \{-1,\ 2\}$

j) $S = \{-1,\ 3\}$

5) $S = \{(3, 4), (4, 3)\}$

6)

a) $S = \{8, -8\}$

b) $S = \{0, \frac{1}{2}\}$

c) $S = \{0, -3\}$

d) $S = \{-1, 4\}$

e) $S = \{\ \}$

f) $S = \{2, -1\}$

g) $S = \{-2, 5\}$

h) $S = \{-\frac{5}{8}, 1\}$

7) O ponto de interseção com o $eixo\ Y$ é o $(0, 4)$ e a função volta a ter imagem 4 quando $x = 3$. Assim, o retângulo tem $Comprimento = 3$, $Altura = 4$ e $Área = 3\ .\ 4 = 12\ u.a.$.

8) Temos $f(x) = x^2 - 4x + 3$ com $\Delta = 4$ e $-\frac{\Delta}{4a} = -1$

Então $Im(f) = \{f \in \mathbb{R}\ /\ y \geq -1\}$, porém o problema nos diz que $x \in [0, 5]$.

Assim, temos,

$f(0) = 3$

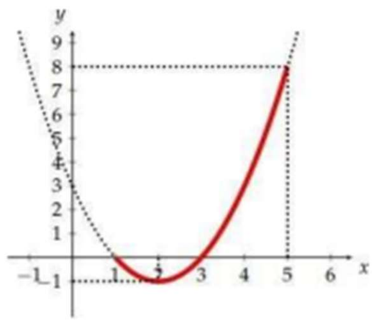
$f(1) = 0$

$f(2) = -1$

$f(3) = 0$

$f(4) = 3$

$f(5) = 8$



Portanto, $Im(f) = [-1, 8]$.

9)

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$y_V = -\frac{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}{4 \cdot 1}$$

$$y_V = -\frac{100 - 84}{4}$$

$$y_V = -4.$$

Sendo $a > 0$, temos $Im(f) = \{y\epsilon\mathbb{R}/\ y \geq -4\}$.

10) Sendo $Im(f) =]-\infty; 0]$, temos $a < 0$ e $y_v = 0$. Então, podemos escrever

$$y_V = 0$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$0 = -\frac{(-8)^2 - 4k \cdot k}{4k}$$

$$4k^2 = 64$$

$$k = \pm\sqrt{16}$$

$$k = \pm 4.$$

Por fim, como $a < 0$, terminamos com $k = -4$.

11) Sabemos que

$$x_1 = 3x_2$$

A soma

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2m}{2} = m$$

O produto

$$x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$$

Com isso, temos que:

$$x_1 + x_2 = m$$
$$3x_2 + x_2 = m$$
$$4x_2 = m$$
$$x_2 = \frac{m}{4}$$

Usando o produto, obtemos que:

$$x_1 \,.\, x_2 = \frac{3}{2}$$
$$\frac{3m}{4} \,.\, \frac{m}{4} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{3m^2}{16} = \frac{3}{2}$$
$$m^2 = \frac{3\,.\,16}{2\,.\,3}$$
$$m^2 = 8$$
$$m = \sqrt{8}$$
$$m = 2\sqrt{2}$$

Portanto, $m = 2\sqrt{2}$.

12) Sabemos que r e s são raízes de $ax^2 + bx + c = 0$.

Assim, temos que a soma das raízes

$$r + s = \frac{-b}{a}$$

E o produto

$$r\,.\,s = \frac{c}{a}$$

Com isso, temos que:

$$r^2 + s^2 = r^2 + 2rs + s^2 - 2rs = (r+s)^2 - 2rs = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2.\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2a - 2ca^2}{a^3}$$

E

$$r^2.\ s^2 = r\,.\,r.\,s.\,s = r.\,s\,.\,r.\,s = \frac{c}{a}\,.\,\frac{c}{a} = \frac{c^2}{a^2}$$

Com isso, temos que:

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = \frac{r^2 + s^2}{r^2.\ s^2} = \frac{\frac{b^2a - 2ca^2}{a^3}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{\frac{b^2 - 2ca}{a^2}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ca}{a^2}\,.\,\frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ca}{c^2}$$

Portanto,

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = \frac{b^2 - 2ca}{c^2}$$

13) Na função quadrática $f(x) = mx^2 + (2m - 1x) + (m - 2)$, temos:

$$a = m,\ \ b = 2m - 1,\ c = m - 2\ \ e\ \ \Delta = 4m + 1$$

Como esta função é quadrática e possui raízes reais e distintas, temos que:

$$a = m \neq 0 \quad e \quad \Delta = 4m + 1 > 0$$

Com isso, temos que:

$$m \neq 0 \quad e \quad e \quad m > -\frac{1}{4}$$

Portanto,

$$m = \{x \in \mathbb{R}\,/\,x \neq 0 \; e \; x > -\frac{1}{4}\}$$

14)

Partindo da fórmula das raízes, sejam x1 e x2

$x1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\,a}$ e $x2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\,a}$, ($\Delta \geq 0$)

as raízes de $ax^2 + bx + c = 0$

Verifique que $x1 + x2 = -\frac{b}{a}$ e $x1 \,.\, x2 = \frac{c}{a}$

$x1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\,a}$ e $x2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\,a}$

$x1 = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x2 = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x1 + x2 = \frac{-b}{2a} - \cancel{\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}} - \frac{-b}{2a} + \cancel{\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}}$

$x1 + x2 = 2\left(\frac{-b}{2a}\right)$

$x1 + x2 = \frac{-b}{a}$

$x1 = \frac{(-b-\sqrt{\Delta})}{2a}$ e $x2 = \frac{(-b+\sqrt{\Delta})}{2a}$

$x1 = \frac{-(b+\sqrt{\Delta})}{2a}$ $x2 = \frac{-(b-\sqrt{\Delta})}{2a}$

$x1 \,.\, x2 = \left(\frac{-(b+\sqrt{\Delta})}{2a}\right) \,.\, \left(\frac{-(b-\sqrt{\Delta})}{2a}\right)$

$x1 \,.\, x2 = \frac{-(b+\sqrt{\Delta}).-(b-\sqrt{\Delta})}{(2a)^2}$

$x1 \cdot x2 = \frac{(b^2 - (\sqrt{\Delta})^2)}{4a^2}$

$x1 \cdot x2 = \frac{(\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + 4ac)}{4a^2}$

$x1 \cdot x2 = \frac{4ac}{4a^2}$

$x1 \cdot x2 = \frac{c}{a}$

$ax^2 + bx + c = 0,$

$a.(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = 0,$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0,$

$x^2 + (\frac{b}{a})x + (\frac{c}{a}) = 0,$

Sendo $\frac{-b}{a} = x1 + x2 \quad \rightarrow \quad \frac{b}{a} = -(x1 + x2)$

$X1 + x2 =$ Soma S $\rightarrow \frac{b}{a} = -S$

$X1 \cdot x2 =$ Produto P $\rightarrow \frac{c}{a} = P$

$X^2 + (\frac{b}{a})x + (\frac{c}{a}) = 0$

$x^2 + (-5)x + P = 0$

Portanto $x^2 - 5x + P = 0$

15)
a) $x^2 + x - 6 = 0.$
b) $4x^2 + 4x - 3 = 0.$
c) $x2 - 5{,}4x + 2 = 0.$
d) $x2 - (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0.$
e) $x2 - 2x - 2 = 0.$

16) $m + n = 80$

17)

a) $x_v = \frac{5}{2}$ e $y_v = -\frac{9}{4}$.

b) $x_v = -3$ e $y_v = 25$.

c) $xv = -2$ e $yv = -4$.
d) $xv = 0$ e $yv = 9$.
e) $xv = 3$ e $yv = 0$.

18)

a) $x = -\frac{5}{4}$ e $y = -\frac{25}{8}$

b) $x_v = 2$ e $y_v = 12$.

c) $x_v = 1$ e $y_v = 0$.

d) $x_v = \frac{7}{4}$ e $y = -\frac{9}{16}$.

e) $x_v = \frac{5}{2}$ e $y = -\frac{3}{4}$.

f) $x_v = \frac{4}{3}$ e $y = \frac{7}{18}$.

19)

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{10}{2a} = 5 \Rightarrow a = 1.$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-100 + 4ac}{4a} = \frac{-100+4c}{4} = 9 \Rightarrow c = 16.$$

Portanto, temos que $a = 1$ e $c = 16$.